

Recherche Opérationnelle
Série2: Résolution par la méthode algébrique

PR. O.CHADLI

RAPPEL SUR LE PRINCIPE DE LA RÉOLUTION PAR LA MÉTHODE ALGÉBRIQUE

La méthode algébrique est une recherche systématique de programmes de base (points sommets) jusqu'à l'obtention d'un programme optimal. Il s'agit tout simplement d'un algorithme où chaque itération fait passer d'une solution extrême vers une autre tout en faisant augmenter la valeur de la fonction économique. Pour ce faire, il s'agit:

- 1- De structurer le problème sous forme d'un système d'équations en introduisant les variables d'écart requises. Il s'agira bien sûr d'avoir précisé préalablement les variables (principales et d'écart) ainsi que la fonction économique.
- 2- De déterminer un programme de base qui servira de départ au cheminement vers la solution optimale (programme optimal).
- 3- D'explicitier la fonction économique et de déterminer si elle peut être améliorée: recherche de l'éventuelle variable (hors programme) admettant le plus grand coefficient positif. Dans la négative, le programme est optimal.
- 4- En introduisant cette variable dans le programme, on choisira la plus petite valeur positive obtenue à l'aide du système d'équations calculé lors de l'étape précédente. Cela induira également la variable sortante.
- 5- Pour déterminer un nouveau programme de base, on doit transformer le système d'équations ainsi que l'expression de la fonction économique en exprimant les variables dans le programme de base en fonction des variables hors programme (par substitution).
- 6- Retourner à 3) jusqu'à l'obtention du programme de base optimal.
- 7- Donner le programme optimal en précisant la valeur de toutes les variables ainsi que la valeur optimisée de la fonction économique.

Exercice 1 :

La direction d'une usine de meubles a constaté qu'il y a des temps morts dans chacun des départements de l'usine. Pour remédier à cette situation, elle décide d'utiliser ces temps morts pour fabriquer deux nouveaux modèles de bureaux, M_1 et M_2 . Les temps de réalisation pour chacun de ces modèles dans les ateliers de sciage, d'assemblage et de sablage ainsi que les temps libres dans chacun de

ces ateliers sont donnés dans le tableau ci-dessous. Ces temps représentent le nombre d'heures nécessaires à un homme pour effectuer le travail. Les profits que la compagnie peut réaliser pour chacun de ces modèles sont de 300 DH pour M_1 et de 200 DH pour M_2 .

	M_1	M_2	Temps Libre
Sciage	1	2	20
Assemblage	2	1	22
Sablage	1	1	12

- 1- Trouver le programme de l'entreprise par la méthode algébrique.
- 2- Préciser les ateliers pour les quels il y a un temps mort.

Exercice 2 :

L'entreprise NewTech doit, dans son processus de fabrication de ses produits, utiliser trois phases successives d'opération : l'usinage des pièces, l'assemblage et la finition. Pour simplifier le problème, supposons que l'entreprise fabrique trois produits que nous noterons P_1 , P_2 et P_3 . Les différentes phases d'opération ne peuvent toutefois fonctionner que pendant un certain nombre d'heures. La main d'oeuvre actuelle limite le nombre d'heures disponibles aux valeurs suivantes:

Usinage: 100 heures
 Assemblage: 120 heures
 Finition: 200 heures

Le tableau suivant nous indique les temps de fabrication requis, en heures/unité, aux différentes phases d'opération pour fabriquer les produits P_1 , P_2 et P_3 .

	P_1	P_2	P_3
Usinage	1	2	1
Assemblage	3	4	2
Finition	2	6	4

Le département de compatibilité de l'entreprise a estimé aux valeurs suivantes la contribution au bénéfice de chaque produit:

Produit	DH/ unité
P_1	6
P_2	7
P_3	8

De plus, on suppose qu'il n'existe aucune restriction de marché ; il peut absorber toute la production.

- 1- Déterminer le programme de l'entreprise par la méthode algébrique.
- 2- Déterminer les ateliers pour lesquels il y a présence d'un temps mort.

Exercice 3 :

L'entreprise MarocMecanique fabrique trois produits P_1 , P_2 et P_3 et pour réaliser ce projet utilise trois centres de fabrication. Les temps opératoires, en heure par unité, à chaque centre de fabrication sont les suivants:

	P_1	P_2	P_3	Temps disponible
Centre I	4	2	4	80 heures
Centre II	2	2	3	50 heures
Centre III	1	3	2	40 heures

La contribution unitaire de chaque produit au bénéfice est la suivante:

P_1	P_2	P_3
5 DH	3 DH	4 DH

1- Déterminer, à l'aide de la méthode algébrique, le programme de fabrication qui maximise les bénéfices.

3- Le centre II est-il pleinement utilisé?

Exercice 4 :

Trois espèces de crabes sont pêchées dans les eaux côtières de l'Alaska : le crabe royal (King crab), le crabe des neiges (Snow crab), le crabe Dungeness, en des lieux différents, mais proches. Des bateaux sont aménagés pour pouvoir pêcher indifféremment les trois sortes de crabes; pour un mois donné, dans la zone de Cook Inlet, la capacité totale de pêche des bateaux est de 1000 tonnes de crabes.

A l'arrivée des bateaux au port, un tri doit être effectué sur la cargaison ce tri tient compte, suivant la période de bataille, de la taille des carapaces des crabes, de leur qualité, etc... Aussi, après ce tri, ne peut-on utiliser en moyenne que 80% de la quantité totale de crabes royal pêchée, 95% de celle de crabe des neiges et 90% de celle du crabe Dungeness. Les crabes éliminés sont perdus. Intervient alors un conditionnement: différents points sont situés sur la côte, celui attribué à la zone Cook Inlet pouvant conditionner au maximum 900 tonnes de crabes au total pour le mois considéré.

Le crabe royal est le plus demandé, mais afin de respecter un certain équilibre entre les espèces, il a été établi que la différence entre la quantité pêchée de crabe royal et le tonnage global des deux autres espèces doit être inférieure à 100 tonnes.

Les pêcheurs connaissent les sites où ils peuvent attraper telle ou telle sorte de crabe (qui ne se mélangent pas: en un lieu donné, on ne rencontre pas simultanément des espèces différentes).

Le bénéfice réalisé est: 12.5 unités monétaires (u.m.) par tonne de crabes royal pêchée et conditionnée, 8.42 u.m. par tonne pour la seconde espèce et 7.78 u.m. par tonne pour la troisième.

1- Formulez ce problème à l'aide d'un modèle de programmation linéaire

2- Etablir, en utilisant la méthode algébrique, le plan de pêche qui maximise le bénéfice.

Exercice 5 :

La compagnie "XXY" vient de perdre un contrat de production d'affiches de prix pour des stations-service. Elle se retrouve avec des ressources excédentaires qu'elle doit absolument utiliser à d'autres fins. Ces ressources sont 300 kg de revêtement intérieur pour boîtes fortes et 120 kg de carton fin. De plus, elle dispose de 10 heures de travail par jour. Elle peut utiliser ces ressources pour fabriquer des emballages de carton, des tubes et des boîtes. La fabrication de 100 emballages de carton requiert 150 kg de revêtement intérieur, 30 kg de carton fin et 2 heures de travail. La fabrication de 600 tubes requiert 50 kg de revêtement intérieur, 30 kg de carton fin et 2 heures de travail. Enfin, la fabrication de 100 boîtes requiert 60 kg de revêtement intérieur, 40 kg de carton fin et 5 heures de travail. Le profit est de 10 DH par boîte, de 1 DH par tube et de 4 DH par emballage.

- 1- Formulez ce problème à l'aide d'un modèle de programmation linéaire
- 2- Comment la compagnie doit-elle utiliser ses ressources pour maximiser son profit ? (Utilisez la méthode algébrique)

Problème: Etude de cas (possibilité d'avoir un sujet similaire en examen!!)

Partie I. La société PRIMA S. A. fabrique et vend notamment deux produits P_1 et P_2 dont les prix de vente respectifs sont de 400 DH et 300 DH hors taxe au tarif en vigueur. Le marché de ces deux produits est essentiellement régional et porte sur 1 500 unités de chacun des deux produits fabriqués et vendus mensuellement. La fabrication est assurée dans trois ateliers successifs ont les capacités globales mensuelles, exprimées en heures machines, sont résumées dans le tableau ci-après, lequel fait également ressortir les temps d'utilisation des machines, exprimés dans la même unité, nécessaires à la fabrication d'une unité de chacun des produits P_1 et P_2 :

	P_1	P_2	Capacité globale mensuelle des ateliers
Atelier 1	2h 1/2	4h	12000 h/machines
Atelier 2	3h	3h	9600 h/machines
Atelier 3	1h 1/2	1h	4200 h/machines

L'entreprise n'a pas fait de sous-traitance à ce jour.

La société envisage une extension de son réseau de distribution. Elle projette de procéder à l'installation d'une structure de fabrication supplémentaire autonome destinée à accroître sensiblement les capacités de production-vente existantes des deux produits P_1 et P_2 . Les nouvelles installations auraient la même structure de base, les caractéristiques se trouvant toutefois modifiées en terme de capacité des ateliers et de temps d'utilisation des machines:

	P_1	P_2	Capacité globale mensuelle des ateliers
Atelier 4	2h	3h	10000 h/machines
Atelier 5	2h1/4	2h1/4	9000 h/machines
Atelier 6	1h 1/4	0h3/4	4000 h/machines

Travail à faire:

L'entreprise désirant connaître les programmes de fabrication conduisant à maximiser son chiffre d'affaires, ainsi que les capacités de production utilisées et résiduelles, vous êtes chargé d'en mener l'étude générale. On désignera par x les quantités de produit P_1 et par y les quantités de produit P_2 liées aux programmes de fabrication étudiés.

- 1- Déterminer le programme de fabrication de l'unité de fabrication existante par la Méthode graphique-On le désignera par Programme I.
 - a- Etablir le graphe (Domaine des solutions admissibles);
 - b- Présenter le résultat de l'étude dans un tableau de synthèse faisant ressortir pour les sommets du graphe:
 - Les quantités de produits P_1 et P_2 fabriquées;
 - Les chiffres d'affaires par produit, le chiffre d'affaires global mensuel correspondant.
- 2- Déterminer le programme de fabrication de l'unité de fabrication nouvelle (Méthode graphique). On le désignera par Programme II.
 - a- Etablir le graphe;

- b- Présenter le résultat de l'étude dans un tableau de synthèse identique à celui visé à la question 1)-b);
 - c- Contrôler le programme de fabrication II par la méthode de Dantzig (simplexe).
- 3- Présenter sous la forme d'un tableau unique ou de plusieurs tableaux synoptiques, pour chacun des programmes I et II ci-dessus, ainsi que pour la production actuelle de 1 500 unités de chacun des produits P_1 et P_2 :
- les programmes en quantités (x, y) ;
 - les coefficients techniques d'atelier;
 - les capacités utilisées dans chaque atelier et pour l'ensemble de l'unité de production,
 - les capacités résiduelles par atelier et pour l'ensemble de l'unité de production, mettant en évidence la sous-activité de l'atelier ou de l'unité de fabrication.

Partie II. L'analyse des coûts et prix de revient des produits P_1 et P_2 , pour l'unité de fabrication existante, est résumée comme suit:

	P_1	P_2
Quantités fabriquées et vendues mensuellement	1500 unités	1 500 unités
Coût variable unitaire	200 DH	160 DH
Coût fixe global annuel	3300000 DH	1650000 DH

L'analyse corrélative des coûts et prix de revient prévisionnels pour l'unité de fabrication supplémentaire a fait ressortir la structure des coûts suivante associée au programme II :

	P_1	P_2
Quantités fabriquées et vendues mensuellement	2000 unités	2000 unités
Coût variable unitaire	120 DH	140 DH
Coût fixe global annuel	2860000 DH	1 100 000 DH

Travail à faire:

- 1- En tenant compte d'une activité de onze mois, l'entreprise étant fermée au mois d'août pour cause de congés, ainsi que de l'impôt sur les sociétés au taux actuel de 50%, étudier le résultat analytique d'exploitation par produit et global pour un exercice social, associé :
- a- aux conditions d'activité actuelles,
 - b- aux conditions d'activité liées au programme I,
 - c- aux conditions d'activité liées au programme II.
- Présenter l'étude sous la forme d'un tableau.
Chiffrer les variations de résultat net associées aux programmes I et II.
- 2- En vue de compléter votre étude, la direction vous demande en dernier lieu de rechercher les programmes de fabrication conduisant à une maximisation de la marge sur coût variable globale mensuelle:
- a- pour l'unité de fabrication existante - programme III,
 - b- pour la nouvelle unité de fabrication - programme IV.

Utiliser les conclusions antérieures.

- 3-** A l'intention de la direction générale, à partir des résultats obtenus précédemment (questions I et II), présenter et justifier en quelques lignes des propositions de choix économiques qui devront être faites en matière de production.

(comptabilité et gestion d'entreprises, extrait de l'étude de cas)