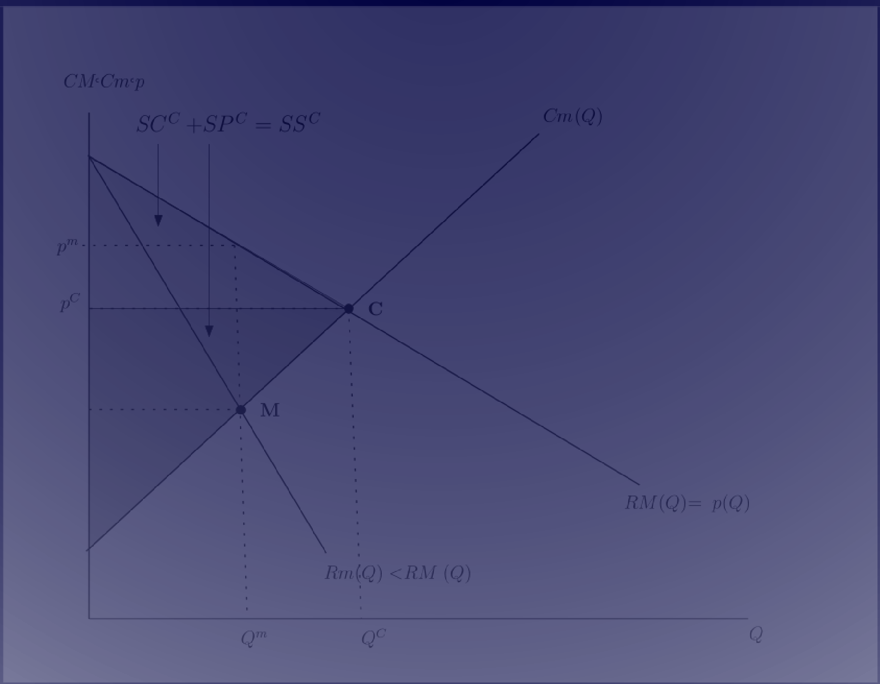
Introduction à la microéconomie

Murat YILDIZOGLU
Université Paul Cézanne



(ɔ) Edition libre

Avant-propos

Ce document regroupe les différents cours de microéconomie que j'ai mis depuis plusieurs années à la disposition des étudiants sur mon site web. J'ai pensé que les regrouper dans un document unique faciliterait l'accès à ces éléments. Il me paraît utile de proposer un manuel de base de microéconomie gratuit à tous les étudiants. Vous pouvez librement utiliser ce livre électronique. Je vous serais reconnaissant de m'indiquer les erreurs et les coquilles que vous découvrirez dans ce texte. Vous pouvez me contacter par courriel : murat.yildizoglu@univ-cezanne.fr. Si vous le désirez, vous pouvez acheter une version relié de cet ouvrage chez Lulu.com :
http ://www.lulu.com/content/4826103.

Marseille, 22 avril 2009, version 1.2

Murat Yıldızoğlu
Université Paul Cézanne
GREQAM
http ://www.vcharite.univ-mrs.fr/PP/yildi/index.html

Table des matières

Table des figures

Chapitre 1

Introduction

L'analyse économique se distingue de l'économie que l'on étudie dans le secondaire, principalement par sa démarche. L'économie du secondaire est surtout descriptive (elle décrit les systèmes économiques ou l'histoire économique) et aborde les problèmes et théories économiques sur un plan assez général. Les outils analytiques de l'économiste de sont pas vraiment introduits dans ces enseignements. Ces outils cherchent à mettre une analyse relativement abstraite et générale des phénomènes économiques. Quand cela est nécessaire, ils font appel aux mathématiques mais la quasi-totalité des cours du niveau licence nécessite un niveau de mathématiques qui n'est guère supérieur à celui attendu à l'issue du baccalauréat ES. La difficulté de l'analyse économique ne réside pas, à ce stade, dans le niveau des mathématiques qu'il faut maîtriser, mais dans la nécessité de manipuler des raisonnements logiques abstraits de plusieurs étapes.

La science économique moderne a adopté en grande partie la démarche **hypothético-déductive**. C'est à dire qu'on obtient des résultats en partant des hypothèses particulières et ces hypothèses caractérisent complètement le domaine de validité des résultats obtenus. Ainsi, chaque fois que l'on vous annoncera un résultat, il sera dépendant des hypothèses qui lui sont sous-jacentes. Il n'existe pas de résultat absolu, valable en tout temps et en tout lieu en économie. Par conséquent, l'exigence principale de l'enseignement de l'analyse économique est un raisonnement clair et cohérent.

Dans cette démarche les mathématiques sont un outil particulièrement efficace. En effet, les mathématiques permettent de se libérer des contraintes et des ambiguïtés du langage courant et elles nous fournissent un système de représentation objective, protégé des interprétations subjectives diverses (ce qui n'empêche pas que les résultats obtenus soit parfois abusivement interprétés dans d'autres sphères de la Société, en occultant les conditions sous lesquelles ces résultats ont été établis). Par conséquent le raisonnement déductif conduit à des résultats clairs et quand le raisonnement est défectueux, ces défauts peuvent être facilement repérés. Les mathématiques nous fournissent donc une assurance contre le manque de rigueur et l'incohérence de notre raisonnement. Dans les sciences, la démarche hypothético-déductive est complétée par la validation empirique des théories, que cela soit au niveau de la pertinence des hypothèses initiales retenues, que celle des résultats obtenues. Dans les sciences humaines cette validation n'est pas toujours aisée mais sans elle nous ne pouvons compter sur les théories développées pour comprendre le Monde qui nous entoure. Les mathématiques n'assurent bien sûr que la cohérence interne de ces théories et non pas la pertinence de leurs hypothèses. D'autres outils relevant des statistiques et de l'économétrie doivent être mobilisés pour cela, ainsi que le raffinement continu des observations que nous possédons sur le Monde économique (les bases de données statistiques pertinentes). L'économiste doit donc maîtriser tout un ensemble d'outils pour conduire son analyse et cela le rapproche dans une certaine mesure de l'ingénieur.

Avec cette démarche l'analyse économique aborde des questions de niveaux assez différents : le chômage dans l'économie nationale, l'inflation monétaire, la balance commerciale du pays, mais aussi, l'offre de travail des ménages, la formation des prix sur un marché, les stratégies des entreprises et les processus de concurrence entre les firmes. La dernière partie des questions que nous venons d'évoquer concerne les comportements des agents individuels dans l'économie (entreprises et ménages). Ces questions sont abordées par l'analyse microéconomique qui fait l'objet de cet ouvrage. Les questions de la première partie concernent des phénomènes plus agrégés, qui ne sont observables qu'au niveau d'une économie nationale (un individu peut être au chômage mais le niveau du chômage dans l'économie ne peut être défini au niveau de l'individu). Ces questions sont abordées par l'analyse macroéconomique. Même si l'économie forme un tout, il n'est pas toujours aisé de connecter ces deux niveaux et des approches que les économistes essaient de développer depuis une vingtaine d'années cherchent à combler cette lacune (que cela soit en fournissant des fondements microéconomiques à l'analyse macroéconomique, ou par la modélisation à base d'agent qui essaient d'abolir cette séparation en cherchant à démontrer que les propriétés macroéconomiques ne sont que les *propriétés émergentes* d'un système composé d'agents économiques multiples qui interagissent sur les marchés et dans les organisations économiques).

L'objet de cet ouvrage est l'analyse microéconomique. Le reste de ce chapitre sera consacré à la discussion de certaines propriétés générales de cette analyse. La dernière section présentera brièvement le plan de l'ouvrage.

1.1 Objets et méthodes de la micro-économie

Au centre de l'analyse microéconomique se trouve la question de l'allocation des ressources rares entre des usages alternatifs dans les économies modernes et le rôle que jouent les prix et les marchés dans ce processus. Cette question couvre une large partie des analyses, qu'elles soient sur l'organisation des marchés, sur les stratégies des agents économique ou sur le rôle des institutions. Une partie non-négligeable des travaux analyse néanmoins la manière dont ces ressources sont créées et le rôle des phénomènes du type l'innovation des entreprises dans cette création. La meilleure compréhension de ces phénomènes que cherche à atteindre l'analyse microéconomique vise aussi à renforcer les capacités de prédiction et de contrôle : les concepts et les causalités que les économistes ont développés dans leur tentative de mieux comprendre les mécanismes économiques ont fourni les bases nécessaires à l'élaboration des politiques en vue d'influencer les résultats de ce processus (comme les politiques industrielles, par exemple). Grâce au développement des techniques de type *recherche opérationnelle* ou de *gestion scientifique*, les concepts de la microéconomie ont été utilisés pour aider la prise de décision rationnelle dans les affaires. Les concepts, relativement abstraits, de cette approche ont donc donné lieu à des prolongements et à des applications qui influencent chaque jour le fonctionnement du processus économique.

Nous allons maintenant aborder les composantes principales des théories microéconomiques.

1.1.1 Les Biens et services ou marchandises

Ils forment les objets centraux de l'activité économique car ce que l'on appelle *l'activité économique* concerne par définition la production et l'échange des marchandises.

Nous distinguons une marchandise d'une autre en observant trois caractéristiques : leur nature et attributs physiques qui déterminent la manière dont elles satisfont les besoins des consommateurs et des producteurs ; le lieu où elles sont disponibles ; la date à laquelle elles sont disponibles. Par exemple, le charbon et le pétrole brut sont des marchandises de natures différentes. Le pétrole brut qui sera disponible demain à Iran est aussi une marchandise différente du pétrole brut qui sera disponible à Paris. De même, le charbon qui est disponible à Marseille aujourd'hui est différent du charbon qui sera disponible à Marseille l'hiver prochain (vous ne pouvez vous chauffer cet hiver avec ce dernier !). Ces exemples illustrent la caractéristique principale qui distingue les différents biens : ils ne peuvent être considérés comme des **substituts parfaits** dans la production ou la consommation : on ne peut supposer qu'un agent pourra consommer indifféremment l'un ou l'autre de ces biens (car soit ils sont de nature différents, soit ils sont disponibles à des moments ou des lieux différents). Nous devons donc distinguer les biens du point de vue ces trois dimensions. Dans cet ouvrage nous tiendrons compte des différences de nature et de date de consommation (ce dernier point ne sera important que quand nous étudierons les choix intertemporels, on le négligera dans le reste de l'ouvrage). La notation que nous allons adopter pour représenter les différents biens va donc tenir compte de ces deux caractéristiques. Un bien l, détenu par l'agent i, à la date t et en quantité x, sera noté par : $x^i_{l,t}$.

1.1.2 Les Prix

Sur les marchés, les biens s'échangent contre de la monnaie (ce qui est différent d'un système de troc où les biens s'échangent contre des biens). Par conséquent, dans un système de marché, on associe un prix à chaque bien : le prix auquel les agents échangent une unité de ce bien sur le marché. Il est clair qu'en général on n'observera pas un seul prix pour un bien donné mais si le système de marché fonctionne efficacement (c'est ce que nous supposerons dans cet ouvrage pour ne pas introduire des complications liées à l'analyse du dysfonctionnement des marchés), on devrait observer un prix quasiment unique pour les unités du bien qui sont identiques du point de vue des caractéristiques que nous avons distinguées : la nature ; le lieu et la période de disponibilité. On parle alors de la *loi du prix unique*.

Le prix d'un bien peut être exprimé de deux manières. Premièrement, nous pouvons choisir un certain bien dans l'économie comme **numéraire** ; tous les prix sont alors exprimés en termes de ce bien. Si par exemple le numéraire est l'or, le prix de chaque bien indique combien d'unités d'or il faut donner en échange d'une unité de ce bien. Le prix de l'or est naturellement égal à 1. En principe n'importe quel bien peut être retenu comme numéraire (sur certaines îles on utilisait les coquillages comme numéraire). Néanmoins certains biens conviennent mieux que d'autres à cette fonction pour faciliter les transactions de marché. Les biens qui ne sont pas divisibles, ou qui sont encombrants ou encore qui se détériorent facilement ne peuvent convenir en tant que moyen de paiement.

Nous devons aussi préciser que dans cette optique le numéraire ne correspond pas vraiment à un moyen d'échange ou à la *monnaie*. Il s'agit uniquement d'une unité de compte, ou d'une unité de mesure pour les prix d'une économie. Une fois le numéraire fixé, les prix expriment le *taux de change* entre les biens et ils ont la dimension (unités de numéraire/unités du bien). Par conséquent, ces prix ne sont pas indépendants des unités de mesure des différents bien. Par exemple si l'on double les unités de mesure de tous les biens sauf le numéraire, il faudrait multiplier par deux tous les prix (si ce n'est pas clair pour vous, réfléchissez-y à l'aide d'un petit exemple).

L'autre manière que nous pouvons utiliser pour fixer les prix n'implique pas l'utilisation d'un numéraire. En effet, nous pouvons décider qu'il existe une unité de compte abstraite qui n'est pas la quantité d'un bien physique. Il s'agit de l'unité qui est utilisée dans l'enregistrement des transactions dans les comptes : si une unité d'un bien est vendue alors le compte est crédité du prix de ce bien (nombre d'unités de compte qui correspond à ce bien) et si une unité d'un bien est achetée, le compte est débité du même nombre d'unités de compte (de nouveau le prix du bien). On donne en général un nom à cette unité de compte : l'Euro, le Yen, le Dollar ou la Livre sterling. Si les comptes sont tenus dans des unités différentes, un taux de change entre ces unités doit être établi avant que les transferts d'un compte à l'autre puissent avoir lieu. Nous noterons ces prix monétaires sous la forme : $p_l =$ le prix du bien l.

Ces prix, exprimés en termes d'unités de compte, correspondent à la manière dont les prix sont fixés dans la réalité. Ils ont été adoptés à la suite du développement d'un système bancaire (pour tenir les comptes). Néanmoins on peut rétablir une correspondance claire entre ces prix en termes d'unités de compte abstraite et les prix en termes de taux de change entre les biens. Supposons qu'il y ait n biens dont les prix en € sont $p_1, p_{2,} \ldots, p_n$. Nous pouvons alors prendre le prix de n'importe quel bien, par exemple le bien n, et former n ratios qui expriment le prix des biens en termes de ce bien qui devient alors le numéraire :

$$r_1 = \frac{p_1}{p_n};\ \ r_2 = \frac{p_2}{p_n}; \ldots r_n = \frac{p_n}{p_n} = 1$$

Nous pouvons interpréter chaque $r_{j,}, j = 1, 2...n$; comme étant le nombre d'unités du bien n qu'on doit échanger contre une unité du bien j : les taux de change en termes de marchandises avec n comme numéraire. Chaque r_j a maintenant la dimension (unités du bien n / unités du bien j) :

$$\frac{p_j}{p_n} = \frac{€}{\text{unités de } j} \div \frac{€}{\text{unités de } n} = \frac{\text{unités de } n}{\text{unités de } j}, \quad j = 1 \ldots n.$$

Ainsi chaque r_j nous indique le nombre d'unités de bien n que nous pouvons acheter en vendant une unité du bien j et en consacrant tout ce revenu (p_j unités de compte) à l'achat de bien n. Les r_j sont des prix relatifs.

1.1.3 Les marchés

Dans l'utilisation courante du terme, un marché correspond à un lieu particulier où certains types de marchandises sont vendus et achetés ; par exemple, le marché des fruits et des légumes, le marché du livre... Dans l'analyse économique, le concept de marché est beaucoup plus général : un marché existe à partir du moment où deux ou plusieurs individus sont prêts à effectuer des échanges de marchandises quelque soient le lieu et la date. Ainsi le mot *marché* indique une situation d'échange. L'analyse du fonctionnement des marchés est le problème central en microéconomie puisque le processus d'allocation des ressources est un processus de marché : toute allocation des ressources est le fruit du fonctionnement des marchés. Par conséquent, pour chaque marchandise, un marché doit exister et toute chose qui ne peut pas être échangée sur un marché n'est pas une marchandise, du point de vue de la microéconomie.

On doit aussi distinguer les marchés comptants (*spot markets*) des marchés à terme (*forward markets*). Sur un marché comptant, on passe un accord qui implique que l'échange de marchandises soit accompli dans la période présente. Sur un marché à terme, la transaction concerne les marchandises qui seront livrés dans une période future. Une économie avec **un système complet de marché** est une économie où il existe tous les marchés comptants et à terme pour assurer l'échange de toutes les marchandises qui seront disponibles à tous les lieux et à toutes les dates. Dans une telle économie, les accords concernant toutes les transactions présentes et futures seraient conclus dans la première période et toutes les activités de marché seraient terminées à la fin de cette période. Le reste du temps serait consacré à la réalisation de tous les engagements de la première période. Les économies réelles ne possèdent naturellement pas un tel système de marché. A chaque période il existe des marchés comptants pour effectuer les transactions concernant cette période et quelques marchés à termes pour les transactions dans le futur. Par conséquent, à chaque période un sous-ensemble relativement petit de la totalité des marchandises peut être échangé. On observe donc une suite de systèmes de marché, un à chaque période, et l'activité de marché a lieu normalement.

Nous allons maintenant nous intéresser au fonctionnement d'un marché.

L'équilibre d'un marché

Le fonctionnement d'un marché résulte dans la détermination du volume des transactions sur ce marché et du prix auquel ces transactions ont lieu (prix de marché). Le marché d'un bien et service réalise la confrontation des offres et des demandes et il conduit à la détermination d'un prix. A un moment donné, nous allons observer sur un marché des vendeurs qui essaient de vendre le bien à des prix différents et les consommateurs qui cherchent à l'acheter au prix le moins cher possible. En fonction des rencontres entre ces agents, les prix des biens disponibles vont changer. Etant donné que nous considérons que les unités échangées sur le marché sont identiques du point des vues des trois caractéristiques, les échanges ne vont se stabiliser que quand le marché atteint un prix unique auquel tous les consommateurs qui voulaient acheter le bien à ce prix pourront le faire et tous les vendeurs qui voulaient le vendre à ce prix trouveront un acheteur : les décisions d'achat et de vente seront parfaitement compatibles dans ce cas et nous appelons un tel état du marché *l'équilibre du marché* et le prix correspondant, *le prix d'équilibre*. Nous pouvons représenter l'équilibre d'un marché dans la figure 1.1. On représente en abscisse les quantités totales proposées (pour l'achat et pour la vente) sur ce marché à une période donnée, pour des différents prix de marché. La courbe décroissante correspond aux quantités que les agents sont prêts à acheter pour chaque prix de marché (la demande) : plus le prix est élevé, moins d'agents désirent acheter de ce bien. La courbe croissante correspond aux quantités que les agents acceptent de vendre sur le marché pour des différents prix (l'offre) : plus le prix est élevé, plus ils sont prêts à vendre. Nous allons étudier la construction de ces courbes plus loin dans cet ouvrage.

Le seul prix où les désirs des acheteurs et ceux des vendeurs coïncident est p^* : c'est le prix d'équilibre ; il égalise l'offre et la demande sur le marché. A ce prix, tous les agents qui étaient prêts à vendre ce bien vendent exactement les quantités qu'ils désiraient vendre et tous les acheteurs achètent exactement les quantités qu'ils désiraient acheter. Ces quantités sont égales à Q^*, la quantité d'équilibre. On observe que pour tous les autres prix on a

– soit la demande supérieure à l'offre (demande excédentaire - le cas de p_1) ;
– soit l'offre supérieure à la demande (offre excédentaire - le cas de p_2).

On peut aussi imaginer qu'à partir d'une des deux situations précédentes, on tende vers la situation d'équilibre grâce à un ajustement des prix. Si l'on part d'une situation d'offre excédentaire, on observe que le prix est trop élevé pour que toutes les quantités que les vendeurs voudraient écouler soient achetées. Dans cette situation, ils peuvent être amenés à réviser leur prix à la baisse de manière à attirer de nouveaux consommateurs et vendre toute leur offre. Cette baisse doit alors continuer jusqu'à p^* pour que toute l'offre puisse être absorbée par la demande. En partant de p_2, on tend donc vers p^*

Jusqu'ici nous avons parlé d'acheteurs et de vendeurs. Nous allons voir plus précisément dans le paragraphe suivant qui sont les agents économiques que nous allons considérer dans ce cadre microéconomique.

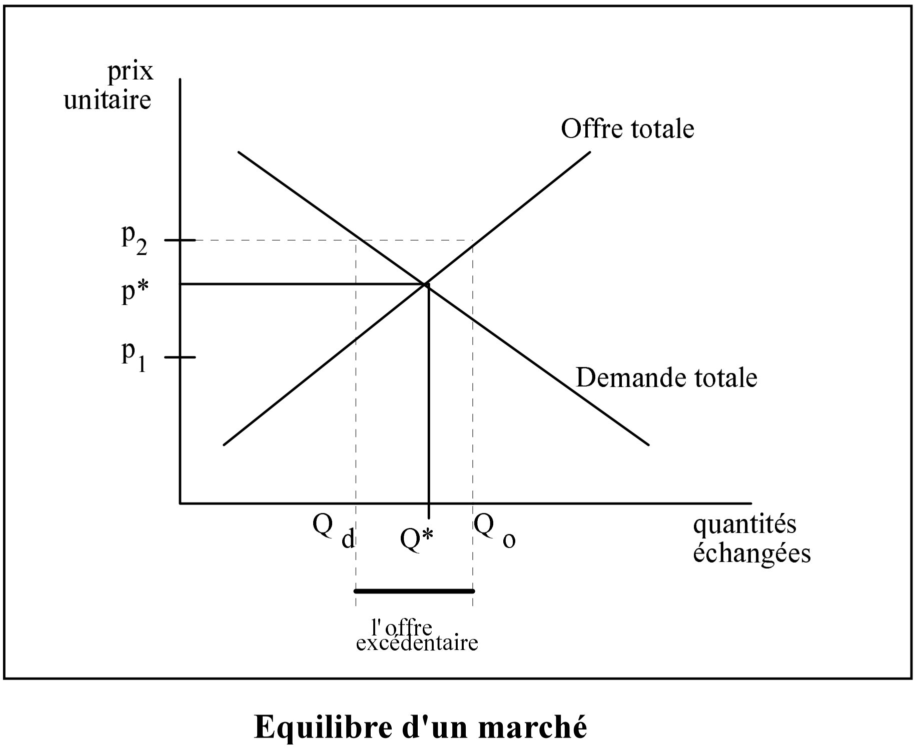


FIGURE 1.1 – Equilibre d'un marché

1.1.4 Les agents économiques

L'unité de base de l'analyse microéconomique est donnée par les agents économiques individuels (d'où le terme *micro*économie). Ces agents sont généralement de deux types : les consommateurs et les firmes (ou producteurs, ou entreprises).

Un consommateur est un individu qui peut posséder un certain stock de marchandises (sa *dotation initiale* qui fait partie de sa richesse) et qui choisit une certaine quantité de chaque bien qu'il décide de consommer. Ces quantités et sa dotation initiale déterminent alors les quantités de chaque marchandise qu'il désire de vendre ou d'acheter sur les marchés correspondants. On peut aussi raisonner en considérant que la dotation initiale du consommateur prend la forme d'un *revenu* exprimé en termes d'un numéraire ou d'unités de compte. Mais cette approche exclut l'analyse du comportement du consommateur en tant qu'offreur de certaines marchandises. Nous allons néanmoins nous en contenter jusqu'au chapitre 15.

Une firme est un décideur individuel qui procède à la production de marchandises par la combinaison de différents facteurs de production (*inputs*) grâce à des procédés techniques. Ces inputs sont des marchandises que la firme peut posséder en partie dans sa dotation initiale. Elle doit acheter le reste sur les marchés correspondants. Certains inputs peuvent ne pas être des marchandises : la lumière du soleil dans l'agriculture, par exemple.

La distinction entre les consommateurs et les firmes réside dans la nature de leur activité économique : les consommateurs achètent des biens pour consommer et les firmes achètent des inputs pour produire d'autres biens. Naturellement dans la réalité les choses sont plus complexes que dans ces simplifications théoriques. En effet une unité de consommation correspond souvent à une famille qui regroupe plusieurs individus et les décisions sont souvent des décisions de groupe. Mais si les décisions des ménages respectent un minimum de rationalité et de cohérence notre approche perd son caractère restrictif. De même, s'il existe encore des firmes individuelles, la majeure partie de la production des marchandises est effectuée par des grandes corporations qui peuvent contenir parfois des milliers d'individus et des structures organisationnelles complexes. De nouveau, notre approche du processus général d'allocation des ressources est simplificatrice mais elle reste suffisante tant que nos prédictions et nos résultats ne sont pas infirmés par le comportement des firmes. On peut aussi se référer à d'autres travaux en économie qui étudie surtout l'organisation des firmes.

Il est aussi artificiel de séparer les individus en consommateurs et en producteurs ; beaucoup d'individus participent à la prise de décision à la fois dans la sphère de consommation et de production. Mais il ne faut pas penser qu'il s'agit des individus distincts mais des facettes de mêmes individus. De manière générale, il est aussi possible de construire une théorie où les individus prennent en même temps des décisions de production et des décisions de consommation. Néanmoins, la distinction que nous adoptons perd son caractère restrictif si l'on se rappelle que l'attention est surtout consacrée à l'allocation des ressources par le système de marché et les comportements individuels seront agrégés (qu'il s'agisse des demandes ou des offres) sur chaque marché. Alors les consommateurs et les producteurs d'un bien vont souvent apparaître aux côtés opposés du marché de ce bien (respectivement du côté de la demande et du côté de l'offre).

1.1.5 La rationalité

Quel que soit la classification adoptée entre les producteurs et les consommateurs, deux éléments principaux caractérisent l'approche microéconomique. Le premier est l'adoption des décideurs individuels comme l'unité de base de l'analyse. Le second est l'hypothèse selon laquelle le décideur individuel est *rationnel*. Le concept de rationalité qui sera utilisé doit être clairement défini. Nous dirons qu'un processus de décision rationnel prend la forme suivante :

1. Le décideur énumère tous les alternatifs qui sont disponibles et il écarte les alternatifs qui ne sont pas réalisables ;
2. Il tient compte de toute l'information disponible ou qu'il vaut la peine de collecter dans l'établissement des conséquences du choix de chaque alternatif ;
3. En fonction de leurs conséquences, il classe les alternatifs selon son ordre de préférence. Cet ordre doit satisfaire certaines conditions de cohérence et de complétude ;
4. Il choisit l'alternatif qui a la position la plus élevée dans cet ordre : il choisit l'alternatif dont il préfère la conséquence à celle de tous les autres alternatifs disponibles.

Ces conditions semblent assez bien correspondre à l'utilisation courante du terme *rationalité*. Néanmoins il est possible que certaines personnes se comportent d'une manière qui pourrait apparaître comme *irrationnelle* selon cette définition : dans la prise de décision ils peuvent ignorer des alternatifs réalisables connus ou ils peuvent se laisser influencer par des alternatifs irréalisables, ils peuvent ignorer ou négliger de collecter certaines informations sur les conséquences des alternatifs, ils peuvent se contredire dans le classement des alternatifs voire, ils peuvent choisir un alternatif dont ils ont déjà évalué la conséquence comme étant inférieure à une autre. Par conséquent, la rationalité est une hypothèse de notre analyse et ce n'est pas une tautologie : cette hypothèse peut ne pas être vérifiée pour certains individus. Mais avant de décider qu'il s'agit d'une décision irrationnelle, il faut bien vérifier toutes les conditions et en particulier la condition (2) : la collecte d'information demande souvent beaucoup de temps et elle n'est pas toujours gratuite. Essayez de connaître tous les prix pratiqués sur Marseille ou Paris pour un type donné d'ordinateur ; vous passerez beaucoup de temps dans les magasins ou sur Internet ! Donc la négligence apparente d'une information peut être causée en réalité par le coût qu'il faudrait subir dans sa collecte et donc elle peut être tout-à-fait *rationnelle*. Il faut néanmoins noter que de nombreuses observations indiquent que les agents économiques réels ont trop souvent des comportements qui s'écartent ce cette hypothèse. Depuis les travaux d'Herbert Simon et de Kahneman et Tversky, les économistes développent aussi un cadre analytique qui ne fait pas recours à une hypothèse de rationalité forte et qui cherche à respecter un certain réalisme cognitif. Le cadre de la rationalité reste néanmoins une simplification commode que beaucoup d'analyses continuent à adopter et on va le garder dans l'exposition des ces analyses dans cet ouvrage. Des cours de microéconomie plus avancés et des cours de théorie des jeux vous proposeront des analyses qui cherchent à faire l'économie de cette hypothèse.

1.1.6 Méthodes d'analyse

L'approche microéconomique suit une ligne de développement relativement systématique (voir Figure 1.2). On commence avec les modèles des décideurs individuels, un consommateur type et une firme type. Sous l'hypothèse de rationalité ces modèles prennent la forme de problèmes d'optimisation sous contraintes : le décideur est supposé à chercher l'alternatif le meilleur parmi un ensemble d'alternatifs disponibles (vérifiant les contraintes) pour lui. En précisant relativement bien la nature de ces problèmes d'optimisation et en les résolvant, on est capable d'établir certaines caractéristiques et propriétés des choix du décideur. De plus, en étudiant comment le choix optimal se modifie suite à des modifications des paramètres du problème (surtout des prix) on peut établir certaines relations de comportement comme les courbes de demande et d'offre (on fait alors ce qui est appelé *la statique comparative*).

Un des buts principaux des modèles de décision est de nous permettre d'imposer certaines restrictions sur les comportements des agents, de manière à exclure ceux qui ne sont pas compatibles avec les hypothèses de la théorie ou, du moins, de clarifier sous quelles hypothèses on peut imposer des restrictions particulières (des courbes de demande décroissantes, par exemple).

La prochaine étape de l'analyse consiste à agréger les relations de comportements sur un groupe d'agents économiques : sur un marché, la demande globale des acheteurs d'une part et l'offre globale des vendeurs d'autre part. Ces relations agrégées peuvent ensuite permettre d'analyser le fonctionnement d'un marché pris isolément ou d'un système de plusieurs marchés interdépendants. Dans le cas le plus général, on considère le système de marché pour une économie dans sa totalité et on étudie comment est déterminée l'allocation des ressources par le fonctionnement simultanée de ce système de marché.

Quel que soit le niveau retenu, la méthode d'analyse est la même : la **méthodologie d'équilibre**. L'équilibre (statique) d'un système est défini comme une situation où les forces qui déterminent l'état du système sont en équilibre, par conséquent, les variables du système n'ont plus à changer. Un équilibre d'un système d'agents économiques (que ce soit un marché isolé ou toute l'économie) peut exister quand deux conditions sont satisfaites :

– les décideurs individuels ne désirent plus changer leurs plans ou leurs réactions ;
– les plans des décideurs individuels sont compatibles entre eux et donc ils peuvent se réaliser.

Modèles de décisions individuelles
(Problèmes d'optimisation)

↓

Solutions optimales

↓

Relations de comportement
(les offres et demandes individuelles)

↓

Agrégation des comportements
individuels (sur un marché ou dans
toute l'économie)

↓

Résolution du modèle agrégé :
Calcul de l'équilibre et
de ses propriétés

↓

Etude de l'allocation des
ressources dans ce système
de marché, ou dans ce marché

FIGURE 1.2 – La méthode microéconomique

Le concept d'équilibre est important car il nous donne un **concept de solution** pour nos modèles. Les forces en action dans un système économique donné (un marché isolé par exemple) une fois définies, nous nous demandons quel sera le résultat de l'interaction de ces forces. La réponse est donnée par le concept d'équilibre : nous établissons les propriétés d'équilibre du système et nous prenons ces propriétés comme le résultat que nous cherchons. Cet état correspond à ce que nous observerions une fois que tous les problèmes de coordination de décisions ont été résolus sur le marché. Il faut naturellement établir au préalable l'existence et les propriétés (en particulier l'unicité et la stabilité) de cet équilibre. Cette approche ne supprime pas l'intérêt que nous pouvons avoir pour les autres états du système, états de déséquilibre dans lequel la question de la coordination des décisions économiques est importante. L'analyse de ce type d'état est en général beaucoup plus difficile que celle des équilibres.

1.2 Synopsis de l'ouvrage

Dans sa forme actuelle, cet ouvrage comporte quatre parties. Les deux premières parties sont consacrées à l'analyse des comportements de base des agents, respectivement, les décisions de production et celles de consommation. Le reste de l'ouvrage considèrent la rencontre de ces décisions sur des marchés. D'abord des marchés de concurrence parfaite (Partie III), ensuite des structures de marché où les firmes possèdent une certaine capacité à influencer le prix de marché et les profits de leurs concurrents (Partie IV).

La structure de l'ouvrage permet de couvrir un enseignement de base en microéconomie comme celui qui est dispensé pendant les deux premières années d'une licence de Sciences économiques et de gestion. Pour un approfondissement des analyses initiés dans cet ouvrage, le lecteur est invité à consulter des livres plus avancés comme Kreps (1998), Varian (1991) et Mas-Colell et al. (1995). Pour approfondir l'analyse des structures de marché, le lecteur peut aussi consulter Tirole (1988). Une initiation plus large à la théorie des jeux peut être consultée dans Yildizoglu (2003) qui est parfaitement accessible pour les lecteurs de cet ouvrage.

Première partie

Production de biens

Chapitre 2

Production de la firme

Comme nous l'avons précisé dans l'introduction, la firme se distingue du consommateur par le fait qu'elle achète des facteurs de production pour les transformer en d'autres biens et services grâce à sa technologie. Elle est donc du coté de la demande sur les marchés des facteurs de production et du coté de l'offre sur le marché du bien final qu'elle produit. On peut représenter le fonctionnement de la firme selon le schéma 2.1.

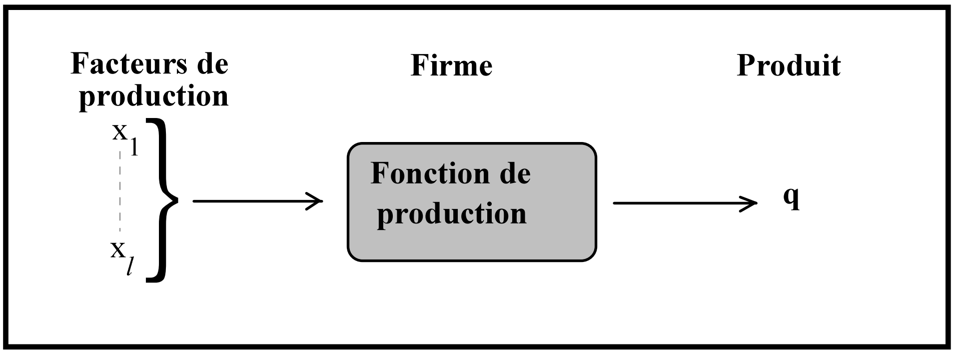


FIGURE 2.1 – La firme en tant que boîte noire

Nous allons d'abord introduire les différents concepts qui permettent de caractériser la technologie de la firme et ses propriétés. La deuxième section va exposer le comportement de la firme en tant qu'acheteur de facteurs de production. La troisième section va introduire une représentation de la firme qui va nous permettre de mettre l'accent sur ses décisions de production. Ce choix du niveau de production optimale sera alors étudié dans la dernière section.

2.1 Facteurs de Production et la représentation de la technologie

2.1.1 Facteurs de Production

On peut distinguer les différents facteurs de production selon plusieurs critères.

- En premier lieu, la provenance des facteurs utilises par la firme permet de distinguer entre *les matières premières* et les *consommations intermédiaires*. Les facteurs qui sont directement extraits de la nature (du bois, du charbon, de l'eau) sont des matières premières. Les facteurs qui sont le produits d'une autre firme (du papier, de l'acier, de l'eau lourde) sont des consommations intermédiaires.
- Une seconde distinction peut être introduite en considérant les possibilités de modification des quantités utilisées des différents facteurs pendant la période de temps étudiée. Si l'on ne peut changer la quantité d'un facteur alors il est *fixe*. Si la quantité utilisée peut être modifiée, alors il s'agit d'un *facteur variable*. On suppose en général que les équipements lourds comme les bâtiments ou les machines d'une usine (le *capital* de la firme) et la terre d'une exploitation agricole correspondent à des facteurs fixes, tandis que la main-d'oeuvre (le *travail*) et les matières premières sont des facteurs variables.
- La dernière distinction concerne la manière dont on peut combiner les différents facteurs pendant le processus de production. Deux facteurs sont *substituables* quand on peut remplacer une certaine quantité d'un des facteurs par une quantité supplémentaire de l'autre tout en gardant le même niveau de production. La terre et les engrais dans l'agriculture sont des facteurs de cette nature, de même que le travail et les machines dans l'industrie. Si deux facteurs doivent toujours être combinés dans les mêmes proportions alors ils sont *complémentaires*. Il faut une carrosserie et quatre roues pour faire une voiture, il faut une molécule de sulfate (SO_4) et deux molécules d'hydrogène pour faire une molécule d'acide sulfurique. Dans ce cas si l'on augmente la quantité utilisée d'un des deux facteurs, il faut aussi augmenter celle de l'autre pour accroître le niveau de la production.

Nous allons maintenant caractériser plus précisément les relations qui existent entre l'utilisation des facteurs et le niveau de la production.

2.2 La fonction de production : la firme en tant que boîte noire

Si l'on étudie l'utilisation par une firme des différentes quantités de facteurs de production (inputs) et les niveaux correspondant de sa production, on obtient une relation qui représente les possibilités de production de cette firme. Si maintenant on considère le maximum d'output que la firme peut produire à partir de chaque panier d'inputs alors on a la fonction de production :

$$q = f(x_1, \ldots, x_l) \tag{2.1}$$

Une fonction de production résume toutes les caractéristiques technologiques et organisationnelles de la firme. Elle peut correspondre par conséquent à une multitude de firmes avec des caractéristiques internes très diverses. C'est pour cette raison que dans cette approche la firme apparaît comme une boîte noire dont on considère seulement les entrées et les sorties (cf. Figure 1).

2.2.1 Un exemple :

Travail L	Production Q	PM	Pm
0	0	-	1,2
1	1,2	1,2	2,4
2	3,6	1,8	1,8
3	5,4	1,8	1,4
4	6,8	1,7	1,2
5	8	1,6	1
6	9	1,5	0,8
7	9,8	1,4	-

(*Exemple tiré de Picard (1992), pages 128-130*)

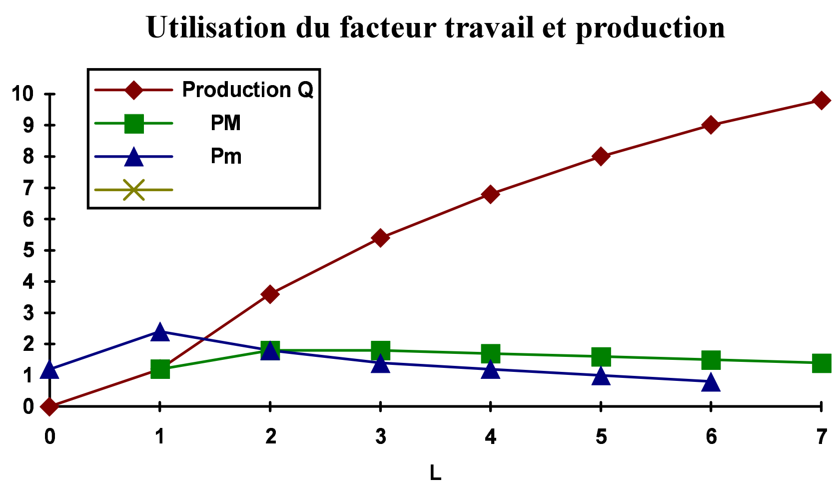


FIGURE 2.2 – Un exemple de production agricole

Cet exemple tiré de Picard nous donne les différentes valeurs (L, Q) observées dans une exploitation agricole (Figure 2.2). Ici le niveau du facteur fixe (terre) est fixé à 10 Ha et on a les variations de la production maximale en fonction des quantités de facteur variable utilisée (le travail- L). On observe que sans facteur variable il n'y a pas de production et que la production totale est croissante avec la quantité de travail utilisée. Il est aussi possible de caractériser quelle quantité d'output on produit en moyenne pour chaque unité d'input. Pour ce faire on utilise le concept de **productivité moyenne** :

$$PM(L) = \frac{f(L)}{L} \tag{2.2}$$

où $f(\cdot)$ représente la fonction de production de cette exploitation et il nous donne le niveau du produit pour chaque niveau d'input. On observe que la productivité moyenne augmente d'abord et baisse légèrement ensuite. Cela signifie qu'au fur et à mesure qu'on augmente la production, les unités supplémentaires d'input contribuent de plus en plus faiblement à la production. Ce phénomène peut d'ailleurs être caractérisé directement en considérant la contribution de chaque unité d'input supplémentaire à la production. Cette mesure nous donne la **productivité marginale** de chaque unité d'input :

$$Pm(L) = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = f(L+1) - f(L). \tag{2.3}$$

Nous observons que la productivité marginale croît au début mais elle commence à décroître très rapidement (voir Figure 2.3) : chaque unité supplémentaire d'input implique une augmentation de plus en plus faible de la production. En fait on constate ce résultat directement en regardant la pente de chaque segment de la courbe de la fonction de production. Cette pente augmente d'abord pour diminuer ensuite. En effet, elle est exactement égale à la productivité marginale.

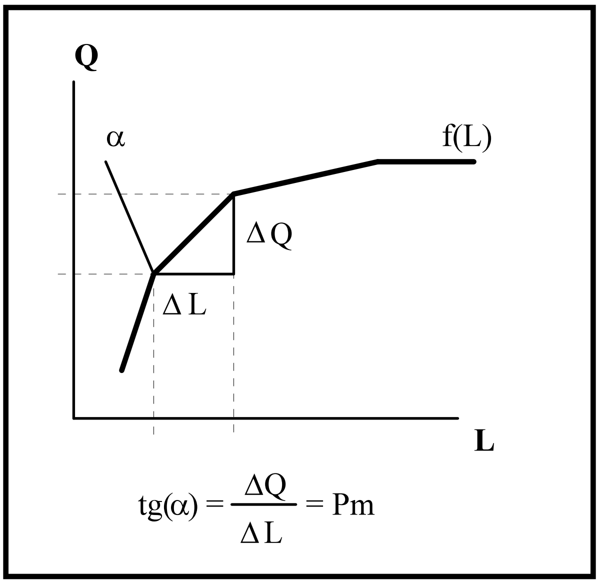


FIGURE 2.3 – Pente de la fonction de production et Pm

La décroissance de la productivité marginale correspond donc à la décroissance de la pente de la fonction de production. Ceci signifie de nouveau que chaque unité supplémentaire de facteur variable contribue de plus en plus faiblement à la production. Dans cet exemple, on observe que jusqu'à deux unités de travail, chaque unité a une productivité marginale croissante. On dira alors que les rendements d'échelle sont croissants ; on a intérêt à embaucher de plus en plus de facteur travail. A partir de $L = 2$, la productivité marginale devient décroissante. On dit alors que les rendements sont décroissants. Il est de moins en moins intéressant d'embaucher du travail supplémentaire. Comme nous allons voir plus loin, ce phénomène va déterminer la quantité de travail optimale que la firme va décider d'embaucher. On sent déjà maintenant que la firme ne va embaucher du travail supplémentaire que si cela reste intéressant pour elle : si chaque unité de travail coûte au plus autant qu'elle rapporte à la firme. Rappelons de nouveau que cette décroissance de la productivité marginale est étroitement liée au fait que le niveau de l'autre facteur (la terre) est fixé. Vous imaginez bien que si l'on met 1000 personnes sur une Ha de terre, elles vont plus se gêner que travailler en harmonie.

Dans cet exemple nous avons considéré un cas *discret* où les quantités d'inputs et d'outputs sont modifiées chaque fois d'une unité (ce sont des entiers). De plus la production ne dépendait que d'un seul facteur de production : le travail. Nous pouvons généraliser ces concepts à un cadre où les quantités sont parfaitement divisibles (ce sont des nombres réels) et la production dépend de$l$ facteurs de production.

2.2.2 Une formulation plus générale

Prenons une entreprise qui produit un bien en quantité q. Elle utilise m types de facteurs variables et n types de facteurs fixes ($m + n = l$, le nombre de bien dans l'économie). La fonction de production de cette entreprise nous donne de nouveau le produit maximal que la firme peut obtenir à partir de chaque panier d'input :

$$q = f\left(\underbrace{x_1, x_2, \ldots, x_m}_{\substack{Facteurs\\ variables}}, \underbrace{x_{m+1}, \ldots, x_{m+n}}_{\substack{Facteurs\\ fixes}}\right). \tag{2.4}$$

$f(\cdot)$ désigne donc la fonction de production. C'est une fonction à l variables qui résume toutes les caractéristiques techniques et organisationnelles de la firme. Les biens sont parfaitement divisibles, par conséquent, les différentes quantités appartiennent chacune à R_+. Nous avons donc pour une fonction de production :

$$f : \begin{cases} R_+^l \rightarrow R_+ \\ (x_1, \ldots, x_l) \mapsto q \end{cases} \tag{2.5}$$

Si l'on considère une période relativement courte (*à court terme*) alors la firme ne peut modifier les quantités de facteurs fixes qu'elle utilise. Les quantités $x_{m+1}, \ldots, x_{m+n}$ sont alors fixées et elles sont les paramètres de la fonction de production. Dans une période plus longue (*à long terme*), la firme peut aussi modifier l'utilisation de ces facteurs de production et ces derniers deviennent donc aussi des facteurs variables : la firme peut acquérir de nouveaux bâtiments ou élargir ceux qui sont déjà disponibles, elle peut acheter de nouveaux équipements et donc investir. De manière générale, nous allons noter le vecteur d'inputs de la firme sous la forme $x = (x_1, \cdots, x_l) \in R_+^l$, avec $l = m$ à court terme et $l = m + n$ à long terme.

Exemple : Deux facteurs de production (x_1, x_2). $f(x_1, x_2) = 10x_1^{1/4}x_2^{3/4}$.

Si à court terme x_2 est un facteur fixe avec $x_2 = 16$, la fonction de production de la firme devient :

$$q = f(x_1; \bar{x}_2 = 16) = 10x_1^{1/4}(8) = 80x_1^{1/4}.$$

La productivité totale du facteur 1 pour $x_2 = 16$.

x_1	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
q	0	80	88,53	95,14	100,6	105,3	109,4	113,1	116,52	119,63	122,5	125,2

TABLE 2.1 – Evolution de la productivité totale du facteur 1

La productivité totale du facteur 1 pour $x_2 = 16$ est représentée dans le tableau 2.1 et la Figure 2.4.

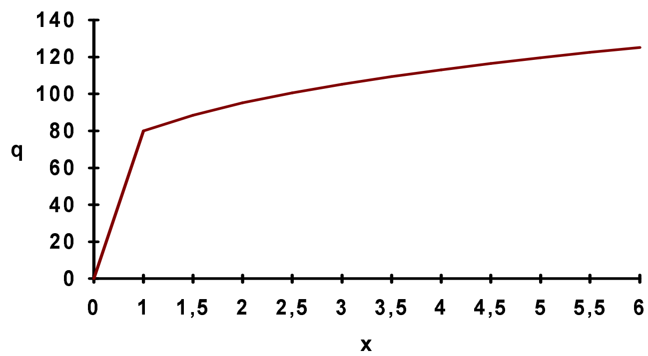


FIGURE 2.4 – Evolution de la productivité totale du facteur 1

2.2.3 Productivité moyenne d'un facteur de production

Comme nous l'avons déjà vu dans l'exemple numérique (tiré de Picard), la productivité moyenne mesure la quantité d'output que l'on peut attribuer en moyenne à chaque unité d'un facteur de production : Productivité moyenne du facteur h :

$$PM_h(x) = \frac{f(x)}{x_h} = \frac{Q}{x_h} \tag{2.6}$$

Cette caractéristique est donc mesurée à partir d'un panier donné d'inputs x.
Exemple : Avec la fonction de production précédente nous obtenons :

$$\begin{aligned}
Q &= f(x_1, x_2) = 10x_1^{1/4}x_2^{3/4}, \\
PM_1(x) &= \tfrac{f(x)}{x_1} = 10x_1^{-3/4}x_2^{3/4} = 10\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{3/4}, \\
PM_2(x) &= \tfrac{f(x)}{x_2} = 10x_1^{1/4}x_2^{-1/4} = 10\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{1/4}.
\end{aligned}$$

Pour $x_2 = 16$ nous obtenons $PM_1 = 80/x_1^{3/4}$:

x_1	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
PM_1		80	59	47,6	40,2	35,1	31,3	28,3	25,9	24	22,3	20,9

TABLE 2.2 – Evolution de la productivité moyenne du facteur 1

L'évolution de la productivité moyenne du facteur 1, pour $x_2 = 16$ est donné dans Tableau 2.2 et Figure 2.5

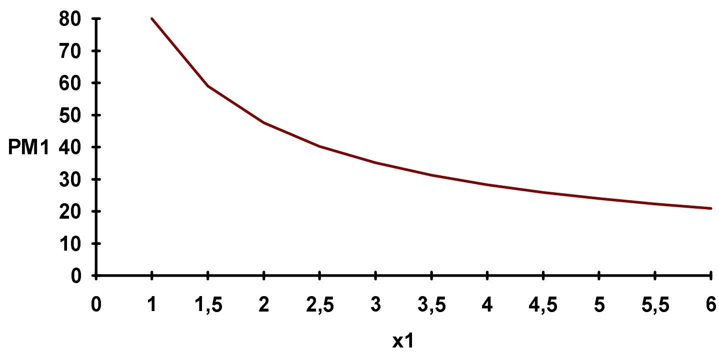


FIGURE 2.5 – Evolution de la productivité moyenne du facteur 1

2.2.4 Productivité marginale d'un facteur de production

Dans l'exemple numérique que nous avons étudié, nous avons défini la productivité marginale du travail comme la production supplémentaire causée par chaque unité supplémentaire de travail. De manière générale, les variations que l'on peut considérer ne sont pas nécessairement unitaires. Dans notre cadre où les biens sont divisibles, nous pouvons considérer les variations aussi petites que nous désirons. Regardons l'effet d'une variation Δx_1 du facteur x_1, étant donné, le niveau de l'autre facteur. Dans ce cas la variation de la production qui en résulte peut être mesurée par :

$$\Delta f = f(x_1 + \Delta x_1, \bar{x}_2) - f(x_1, \bar{x}_2).$$

Or cette mesure n'est pas très satisfaisante car elle dépend d'une part des unités retenues pour mesurer le facteur de production et d'autre part, de l'importance de la variation Δx_1considérée. Pour obtenir une caractéristique spécifique de la technologie, nous voulons pouvoir associer une productivité marginale unique à chaque facteur pour chaque panier d'inputs considérés. Pour ce faire nous allons considérer la variation de la production par unité de variation d'un input $(\Delta f / \Delta x_h)$ et cela pour des variations très petites (*infinitésimales*) de ce facteur :

$$Pm_h(x) = lim_{\Delta x_h \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x_h} = \frac{\partial f}{\partial x_h} \tag{2.7}$$

La productivité marginale d'un input h correspond donc à la dérivée partielle de la fonction de production par rapport à cette variable. Dans son principe de calcul, la dérivée partielle est tout à fait identique au concept de dérivée d'une fonction à une seule variable. La dérivée partielle permet de calculer la dérivée d'une fonction à plusieurs variables, par rapport à une variable particulière en considérant toutes les autres variables comme des constantes.

Exemple : Pour notre fonction de production nous avons :

$$Pm_1 = \frac{\partial f}{\partial x_1} = 10\frac{1}{4}x_1^{-3/4}x_2^{3/4} = 2.5x_1^{-3/4}x_2^{3/4},$$
$$Pm_2 = \frac{\partial f}{\partial x_2} = 10\tfrac{3}{4}x_1^{1/4}x_2^{-1/4} = 7.5x_1^{1/4}x_2^{-1/4}.$$

Rappel : $\left(x^k\right)' = kx^{k-1}$.

Pour $x_2 = 16$ nous avons $Pm_1 = 2,5 \times 8 \times x_1^{-3/4} = 20x_1^{-3/4}$ (Tableau 2.3 et Figure 2.6).

x_1	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
Pm_1		20	14,8	11,9	10,1	8,8	7,8	7,1	6,5	6	5,6	5,2

TABLE 2.3 – Evolution de la productivité marginale du facteur 1

On observe que la productivité marginale est décroissante uniformément : chaque supplément de facteur 1 contribue de plus en plus faiblement à la production (étant donné la quantité de facteur 2). Néanmoins ces contributions restent positives :

$$Pm_h > 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta q}{\Delta x_h} > 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_h > 0 \Rightarrow \Delta q > 0, \\ \Delta x_h < 0 \Rightarrow \Delta q < 0. \end{cases}$$

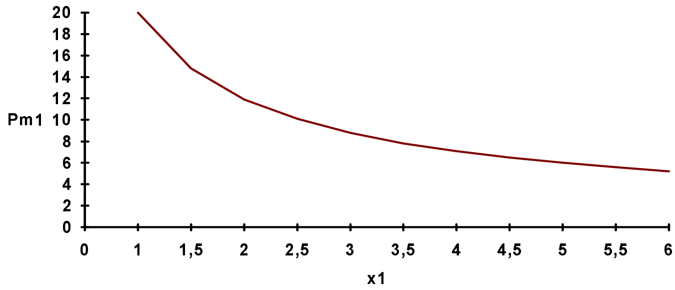


FIGURE 2.6 – Evolution de la productivité marginale du facteur 1

Les variations des quantités impliquent une variation dans le même sens de la production. Cette propriété est naturellement valable pour les dérivées de n'importe quelle fonction. La décroissance de la productivité marginale aussi peut être formulée dans ces termes. En effet si la productivité marginale est décroissante, elle diminue quand on augmente les quantités de l'input et elle augmente quand on diminue les quantités de cet input. Cela signifie que la productivité marginale et les quantités d'input utilisées varient en sens inverse :

$$\frac{\Delta Pm_h}{\Delta X_h} < 0 \Rightarrow \frac{\Delta\left(\Delta q\right)}{\Delta x_h} < 0 \Rightarrow \frac{\partial\left(\partial f\right)}{\partial x_h} < 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x_h^2} < 0. \tag{2.8}$$

La dernière partie de cette notation correspond à la dérivée seconde de la fonction de production par rapport à l'input h ; son signe négatif implique que la dérivée première est décroissante.

La décroissance de la productivité marginale peut aussi être constatée en observant la pente de la courbe de productivité totale du facteur 1 (Figure 2.7). Quand $\Delta x_1 \longrightarrow 0,\ B \longrightarrow A$, la corde AB devient la tangente à f au point A. Sa pente est égale à $lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x_1} = \frac{\partial f}{\partial x_1}(A) = Pm_1(A)$. Cette relation entre la pente d'une corde dont les extrémités appartiennent à une courbe et la pente de la tangente à cette courbe est importante et on sera amené à l'utiliser pour caractériser d'autres concepts. On peut aussi caractériser graphiquement la productivité moyenne (Figure 2.8).

$tg(\beta)$ est la pente de la corde OA. Cette figure montre que cette pente est exactement égale à la productivité moyenne du facteur 1 au point considéré.

Les éléments que nous avons considérés jusqu'à maintenant permettent de caractériser l'impact des variations d'un facteur sur le niveau de la production. Il est aussi possible de mesurer l'impact de petites variations de plusieurs facteurs à la fois sur le niveau de la production au voisinage d'un panier d'input. Supposons que les différents

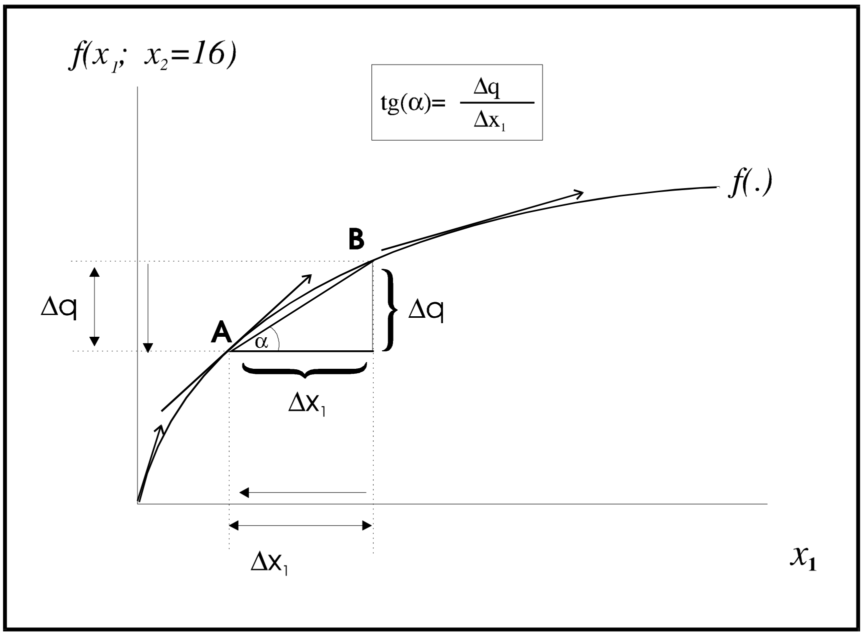


FIGURE 2.7 – Pente de la tangente et productivité marginale

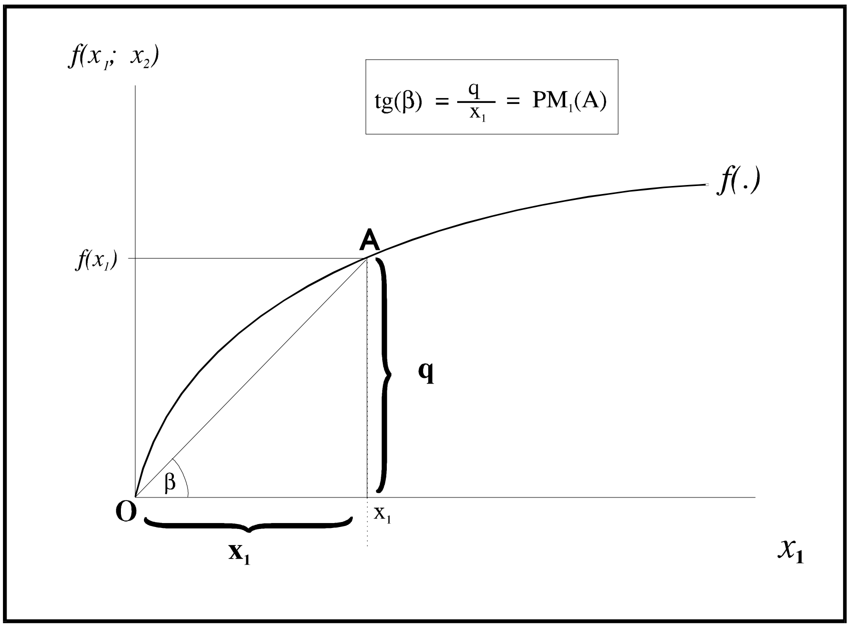


FIGURE 2.8 – Représentation graphique de la productivité moyenne

facteurs varient de $dx_1, dx_2, ..., dx_l$. Chaque unité de variation de chaque facteur h induit une variation du niveau de la production de Pm_h. L'impact totale de la variation dx_h de ce facteur est alors donné par $Pm_h \bullet dx_h$. En sommant les impacts de toutes les variations, on obtient la variation totale du niveau de la production :

$$\begin{aligned} dq = df &= \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_l} dx_l & (2.9) \\ &= Pm_1 dx_1 + \cdots + Pm_l dx_l. & (2.10) \end{aligned}$$

La première partie de cette égalité nous donne le *différentiel total* d'une fonction : la variation totale de la valeur de la fonction suite aux variations des différentes variables dont elle dépend.

Exemple : Dans notre exemple, la variation totale de la production suite aux variations des deux facteurs s'écrit au voisinage du point $(16, 16)$:

$$\begin{aligned} df &= \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 \\ &= \left(2,5 x_1^{-3/4} x_2^{3/4}\right) dx_1 + \left(7,5 x_1^{1/4} x_2^{-1/4}\right) dx_2 \\ &= 2,5 dx_1 + 7,5 dx_2. \end{aligned}$$

2.3 Rendements d'échelle

Au lieu de regarder les variations infinitésimales autour d'un point, il serait intéressant de connaître comment la production est modifiée si l'on augmente tous les inputs dans les mêmes proportions (si l'on change l'échelle de la production) ; si l'on double ou triple les quantités d'inputs utilisées, par exemple. Si la production augmente moins que proportionnellement alors on parle des *rendements d'échelle décroissants*. Dans le cas d'un doublement du panier d'input, l'existence des rendements d'échelle décroissants correspond à une production qui augmente, par exemple, seulement de 50% pour atteindre 150% de son niveau initial au lieu de 200%. Si la production augmente exactement proportionnellement à l'augmentation du panier d'inputs alors on a *des rendements d'échelle constants*. Dans le cas d'un doublement du panier d'input, le produit doit alors augmenter de 100% pour se doubler. Si la production augmente plus que proportionnellement, alors on a des *rendements d'échelle croissants*. De nouveau ce cas correspond à une augmentation de plus de 100% de la production si le panier d'input est doublé (la production est multipliée par 3, par exemple).

De manière générale, on peut considérer la multiplication par un facteur $\lambda > 1$ du panier d'input et la variation correspondante de l'output. On dira que les rendements d'échelle sont *croissants* si :

$$f(\lambda x_1, \cdots, \lambda x_l) > \lambda f(x_1, \cdots, x_l),$$

la production augmente plus que proportionnellement. Les rendements d'échelle sont *constants* si :

$$f(\lambda x_1, \cdots, \lambda x_l) = \lambda f(x_1, \cdots, x_l),$$

la production augmente exactement dans la même proportion. Les rendements d'échelle sont *décroissants* si :

$$f(\lambda x_1, \cdots, \lambda x_l) < \lambda f(x_1, \cdots, x_l),$$

la production augmente alors moins que proportionnellement.

Une classe particulière de fonctions de production permet de déterminer facilement la nature de rendements d'échelle. Il s'agit des *fonctions homogènes*. Une fonction est homogène de degré k, $k \in R_+$ si :

$$f(\lambda x_1, \cdots, \lambda x_l) = \lambda^k f(x_1, \cdots, x_l), \forall \lambda > 1 \text{ et } \forall (x_1, \cdots, x_l). \tag{2.11}$$

Pour $\lambda > 1$, nous avons

- $\lambda^k > \lambda$ si $k > 1$, les rendements d'échelle croissants,
- $\lambda^k = \lambda$ si $k = 1$, les rendements d'échelle constants et
- $\lambda^k < \lambda$ si $k < 1$, rendements d'échelle décroissants.

La nature des rendements d'échelle d'une technologie est très importante pour déterminer les moyens qui seront adoptés si l'on veut accroître la production. Par exemple si on veut doubler la production, en présence des rendements d'échelle décroissants, il faudra plus que doubler les inputs si on utilise une seule unité de production. Dans ce cas, il serait plus intéressant d'effectuer cet accroissement en créant une deuxième unité de production (ce qui revient à doubler les inputs). Si les rendements sont croissants, il sera plus intéressant d'utiliser une seule unité de production. Si les rendements sont constants, les deux solutions sont équivalentes.

Certaines caractéristiques de la technologie sont à l'origine des rendements croissants. Une source importante correspond à l'existence des indivisibilités dans l'utilisation des équipements : si la technologie est basée sur un équipement lourd et indivisible, son utilisation n'est rentable que pour des niveaux relativement élevés de la production. Un haut fourneau, par exemple, n'est pas adéquat si l'on veut faire chauffer une faible quantité de minerais étant donné qu'il faudrait l'amener à une température élevée de toute manière et donc utiliser une quantité élevée de charbon (de même, un boulanger ne fera pas chauffer son four juste pour une baguette). Une chaîne de production automatisée n'est pas non plus rentable si l'on l'utilise pour produire quelques unités d'output, il vaut mieux dans ce cas les produire artisanalement. Par contre elle devient intéressante quand on l'utilise pour une production de masse.

D'autres caractéristiques justifient l'existence de rendements d'échelle décroissants. En particulier, l'organisation de la firme peut devenir inefficace quand il faut gérer une production d'une plus grande échelle. Tant que l'on ne change pas d'organisation (et donc de fonction de production), pour augmenter la production il faudra ajouter de plus en plus d'inputs. Même s'il existe des rendements d'échelle croissants jusqu'à un certain niveau de production, en général on observe qu'ils ne sont pas inépuisables et qu'à partir du niveau de production efficace, les rendements décroissants apparaissent. Les phénomènes de second type finissent donc par dominer les indivisibilités qui sont à l'origine des rendements croissants.

Exemple : Etudions les rendements d'échelle de notre fonction de production.

$$f(\lambda x_1, \lambda x_2) = 10(\lambda x_1)^{1/4}(\lambda x_2)^{3/4} = 10\lambda^{(1/4+3/4)}x_1^{1/4}x_2^{3/4}$$
$$= \lambda f(x_1, x_2) \;\Rightarrow\; k = 1$$

il s'agit donc d'une fonction à rendements d'échelle constants. En fait toute fonction de type
$f(x_1, x_2) = Ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}, \quad A > 0, \; \alpha + \beta = 1$ correspond à des rendements d'échelle constants (vérifiez).

Un phénomène de nature fondamentalement différente peut intervenir dans les rapports entre les inputs et l'output : *le progrès technique*. Les rendements d'échelle croissants forment une caractéristique d'une technologie donnée. Le progrès technique correspond à une modification de la technologie elle-même. En effet il améliore la technologie de la firme de sorte qu'il soit suffisant d'utiliser des quantités d'inputs plus faibles pour obtenir le même niveau de production et/ou qu'il soit possible de produire plus avec le même panier d'input.

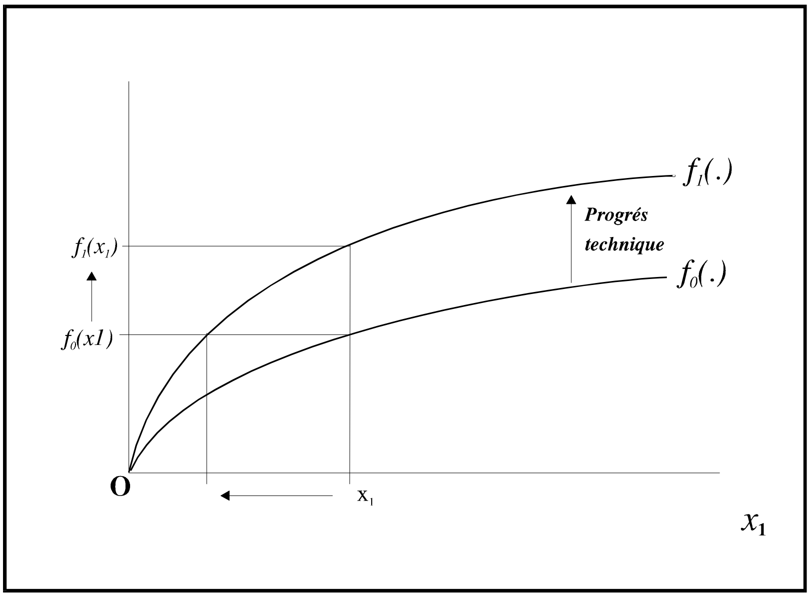


FIGURE 2.9 – Progrès technique et fonction de production

Vu la définition d'une fonction de production, la source du progrès technique peut être de nature technologique (une meilleure utilisation de la technologie ou l'acquisition d'une technologie plus performante) ou organisationnelle (une structure plus efficace qui réduit les gâchis dûs à la bureaucratie). Quel qu'en soit la source, le progrès technique a été le moteur du développement des sociétés industrielles depuis leur naissance.

2.4 Isoquantes et le taux marginal de substitution technique

Dans cette section nous allons étudier plus en détail la relation entre les inputs dans un processus de production. Plus que sur l'impact des variations des quantités d'inputs sur le niveau de la production, notre intérêt sera fixé sur la relation entre les combinaisons d'inputs qui permettent de produire le même niveau de production. Ces combinaisons seront représentées par le concept d'isoquante et la relation entre elles sera spécifiée par le taux marginal de substitution technique (**TMST**).

2.4.1 Les isoquantes

Prenons une technologie qui permet de produire un output à partir de deux inputs, 1 et 2. La fonction de production correspondante associe donc à chaque panier d'input un niveau maximal d'output :

$$f\ :\ (x_1, x_2)\ \ \mapsto\ \ q = f\,(x_1, x_2)\,. \tag{2.12}$$

Nous nous intéressons maintenant à tous les paniers d'inputs qui permettent de produire un même niveau d'output q_0. Ces paniers forment un ensemble qui est défini par :

$$I\,(q_0) = \left\{(x_1, x_2) \in R^2_+ \mid f\,(x_1, x_2) = q_0\right\}. \tag{2.13}$$

Cet ensemble s'appelle une *isoquante* (*iso*=égalité, *quante*=quantité). Nous pouvons représenter graphiquement la construction d'une isoquante (Figure 2.10).

Il s'agit donc de toutes les combinaisons de facteurs qui correspondent au même niveau de production. Il y a naturellement autant d'isoquantes que de niveaux de production possibles. Il y en a donc une infinité puisque q est une variable continue. Pour représenter une isoquante, nous adopterons le repères à deux dimensions(Figure 2.11).

Les combinaisons M et N permettent à la firme de produire exactement le même niveau de production de même que toutes les autres combinaisons qui appartiennent à cette isoquante. La forme de cette isoquante a son importance. En effet on observe que si l'on dessine une corde entre M et N, tous les points appartenant à cette corde sont strictement au-dessus de l'isoquante. On dira alors que l'isoquante est **strictement convexe**. Cette propriété doit être valable pour n'importe quelle corde que nous pouvons dessiner sur l'isoquante (Figure 2.12).

Une fonction de production dont les isoquantes sont strictement convexes sera dite une fonction **strictement quasi-concave**. En fait, comme vous allez le voir en mathématiques, les isoquantes ne sont rien d'autre que les courbes de niveau d'une fonction de production, courbes de niveau comme celles que vous avez sûrement déjà vues sur une carte topographique et qui signalent les différents points de même altitude sur la carte. Voici deux types d'isoquantes où la stricte convexité n'est pas vérifiée (Figure 2.13).

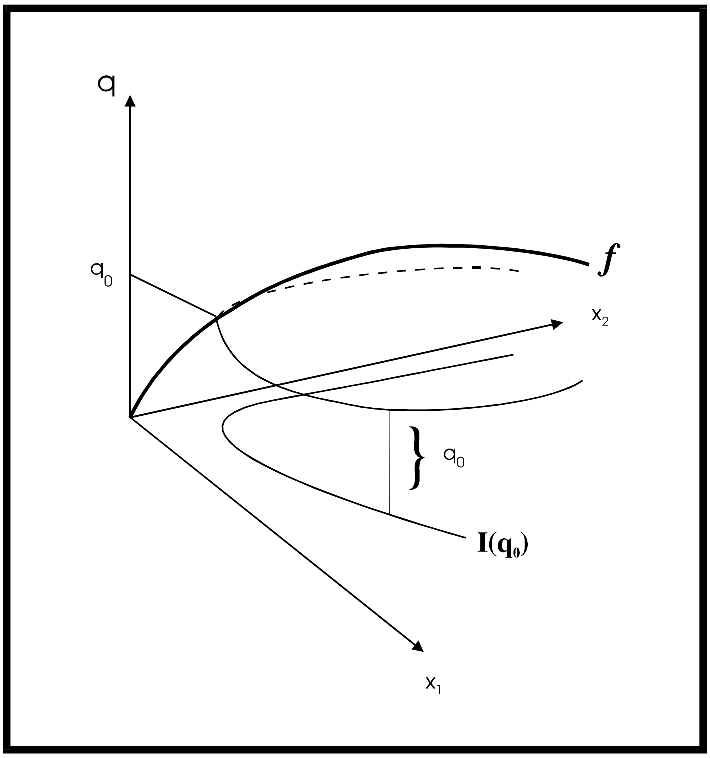


FIGURE 2.10 – Une isoquante

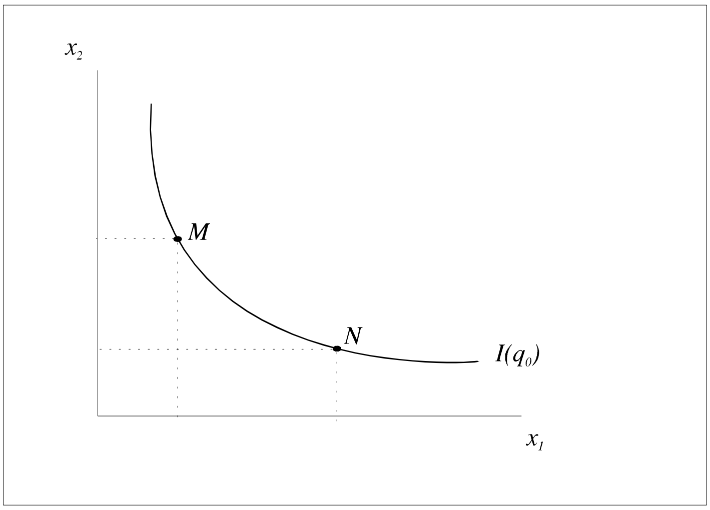


FIGURE 2.11 – Une représentation plus commode des isoquantes

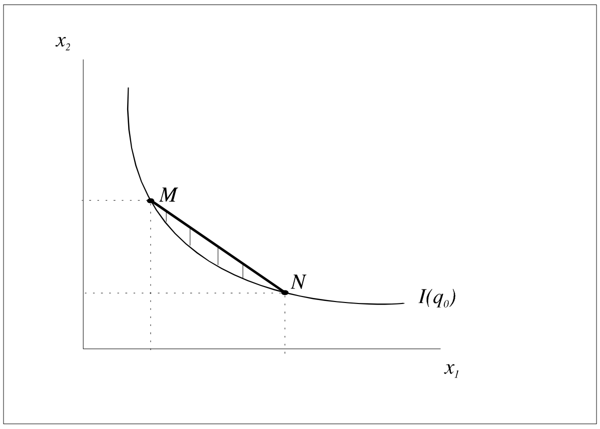


FIGURE 2.12 – Convexité d'une isoquante

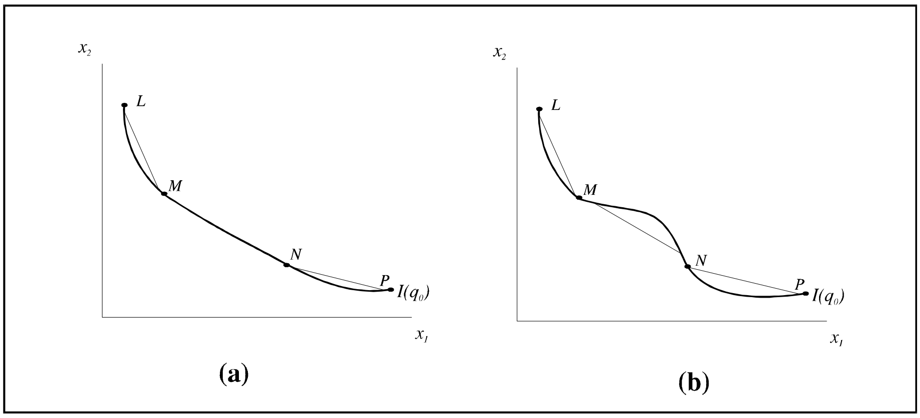


FIGURE 2.13 – Isoquantes sans stricte convexité

Dans cette figure nous avons deux cas d'isoquantes qui ne vérifient pas la stricte convexité. Dans le cas **(a)**, l'isoquante est convexe mais entre M et N, la corde et l'isoquante se confondent. Par conséquent la corde ne peut être strictement au-dessus de la courbe. Dans le cas **(b)**, on a la convexité sur les portions LM et NP de l'isoquante mais entre M et N on a la propriété inverse : la corde est en dessous de la courbe ; l'isoquante est **concave** sur cette portion. Nous allons voir plus loin l'importance de la stricte convexité des isoquantes (et donc de la stricte quasi-concavité de la fonction de production).

L'utilisation des isoquantes nous permet aussi de représenter les différentes combinaisons qui conduisent à des niveaux différents de la production. Si l'on reprend la construction graphique d'une isoquante (Figure 2.14).

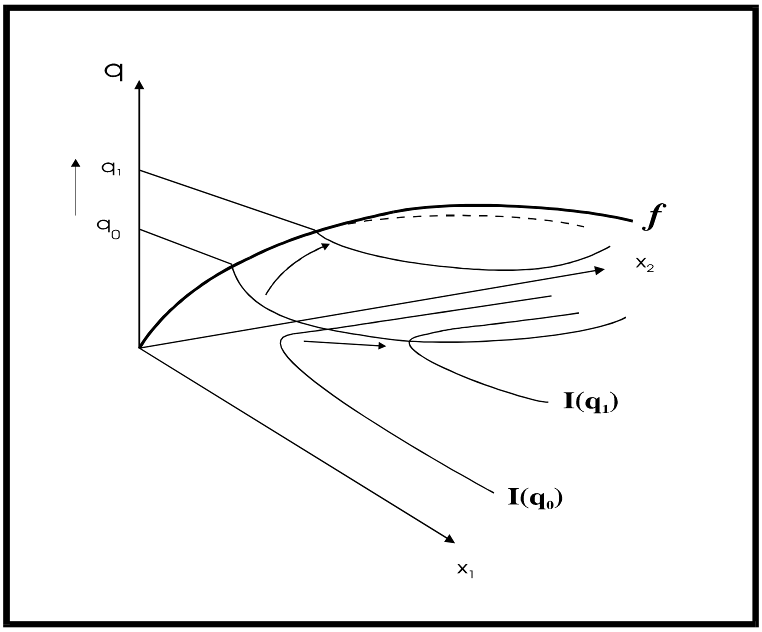


FIGURE 2.14 – Niveaux de production et isoquantes

On observe donc que passer d'un niveau de production q_0 à un niveau de production q_1, plus élevé, conduit à se placer sur une isoquante plus éloignée de l'origine. Par conséquent pour les niveaux de production $q_0 < q_1 < q_2$, nous devons avoir la configuration suivante entre les isoquantes (Figure 2.15).

Par conséquent, plus on s'éloigne de l'origine, plus le niveau de production correspondant est élevé. Nous avons alors :

$$f(M) < f(N) < f(P).$$

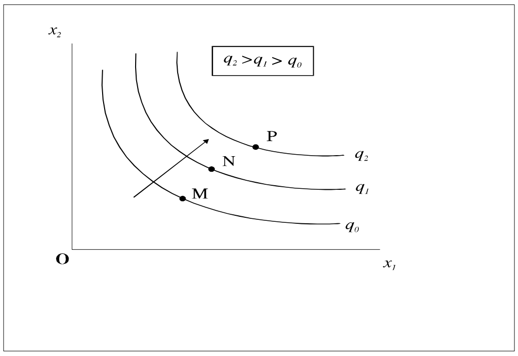


FIGURE 2.15 – Isoquantes et niveaux de production dans l'espace des facteurs

Exemple : Avec notre fonction de production, une isoquante correspondant à un niveau de production q est définie par la relation suivante :

$$I(q) = \left\{ (x_1,x_2) \in R_+^2 \;\middle|\; f(x_1,x_2) = 10x_1^{1/4}x_2^{3/4} = q \right\}$$
$$= \left\{ (x_1,x_2) \in R_+^2 \;\middle|\; x_2 = q^{4/3}\frac{1}{x_1^{1/3}} \right\}.$$

Il s'agit des courbes de type hyperbolique $(1/x)$ et donc décroissantes et convexes.

Nous pouvons établir deux autres propriétés des isoquantes. Premièrement, une isoquante est nécessairement décroissante. La raison de cette nécessité apparaît dans Figure 2.16.

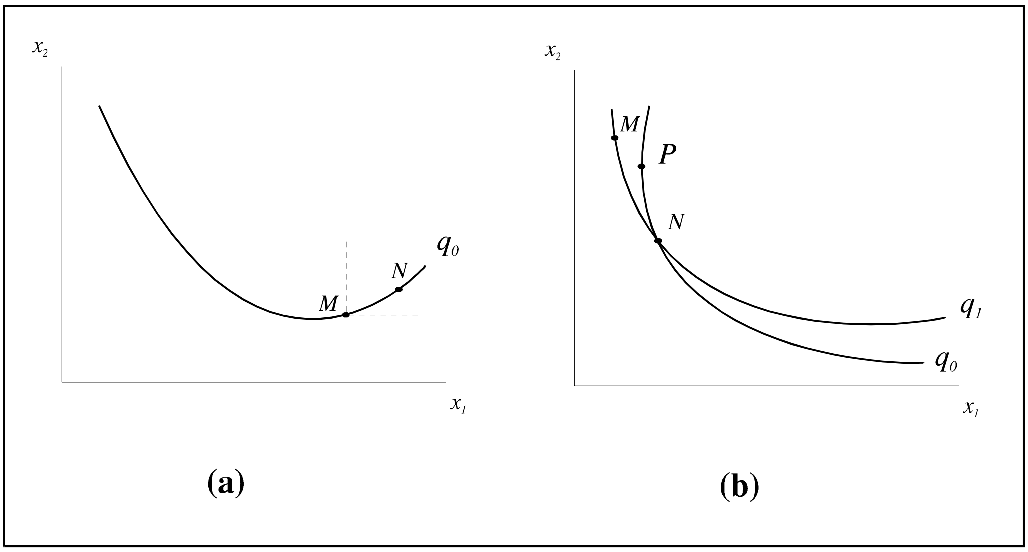


FIGURE 2.16 – Deux propriétés impossibles

Dans le cadran **(a)** nous avons deux paniers M et N qui appartiennent à la même isoquante et donc qui correspondent au même niveau de production. Or si l'isoquante est croissante comme dans cette figure, nous avons un panier (N) qui contient à la fois plus d'input 1 et plus d'input 2 qu'un autre (M) et qui ne permet pas de produire plus. Or à partir du moment où l'on augmente les quantités de tous les inputs on doit normalement avoir une croissance de la production. Donc ce type de situations ne peut apparaître et les isoquantes doivent être nécessairement décroissantes.

De même, deux isoquantes ne peuvent se couper. Regardons le cadran **(b)** dans Figure2.16. Nous avons deux paniers qui permettent de produire q_0 : N et P. D'autre part les paniers M et P permettent de produire le même niveau d'output, q_1. Or si les isoquantes se coupent comme c'est le cas dans la figure alors le panier M permet de produire le même niveau que le panier N qui permet, à son tour, de produire le même niveau que le panier P. Par conséquent les paniers M, N et P correspondent au même niveau de production et donc ils devraient appartenir à la même isoquante. Donc contradiction, M et P ne peuvent pas appartenir à deux isoquantes qui se coupent.

Les technologies que nous avons représentées dans ces figures correspondent à des technologies à facteurs substituables. En effet si on regarde la Figure 2.11, nous avons deux paniers M et N qui permettent de produire le même niveau d'output. Or, le passage du panier N vers le panier M correspond à une réduction de l'input 1 et à une augmentation de l'input 2. Par conséquent, en compensant la diminution des quantités d'input 1, par une augmentation des quantités d'input 2 on peut garder le même niveau de production. On dit alors que l'on *substitue l'input 2 à l'input 1*. Nous allons considérer cette possibilité plus en détail dans le paragraphe suivant.

2.4.2 Le taux marginal de substitution technique (TMST)

Pour étudier les possibilités de substitution entre les facteurs de production partons du panier N à la Figure 2.11. Si la firme veut passer de ce panier au panier M, elle doit diminuer l'utilisation du facteur 1 et augmenter celle du facteur 2. Elle doit donc remplacer une variation Δx_1 par une variation Δx_2, tout en gardant le même niveau de production, donc tout en restant sur la même isoquante. Nous pouvons alors définir un *taux de substitution technique* (TST) qui nous donne la quantité de facteur 2 qu'il faut substituer à chaque unité de facteur 1 dans le passage de N vers M :

$$TST_{2,1} = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}. \tag{2.14}$$

Comme l'isoquante est décroissante, les variations des facteurs 1 et 2 seront nécessairement de signes opposés (sinon on se placerait sur une isoquante plus élevée ou plus basse). Comme le TST mesure une quantité de bien, on doit prendre la valeur absolue de $\Delta x_1 / \Delta x_2$, d'où le signe négatif devant le rapport des deux variations. Or si l'on reprend la Figure 2.11, on observe que la TST n'est rien d'autre que la pente de la corde NM (Figure 2.17).

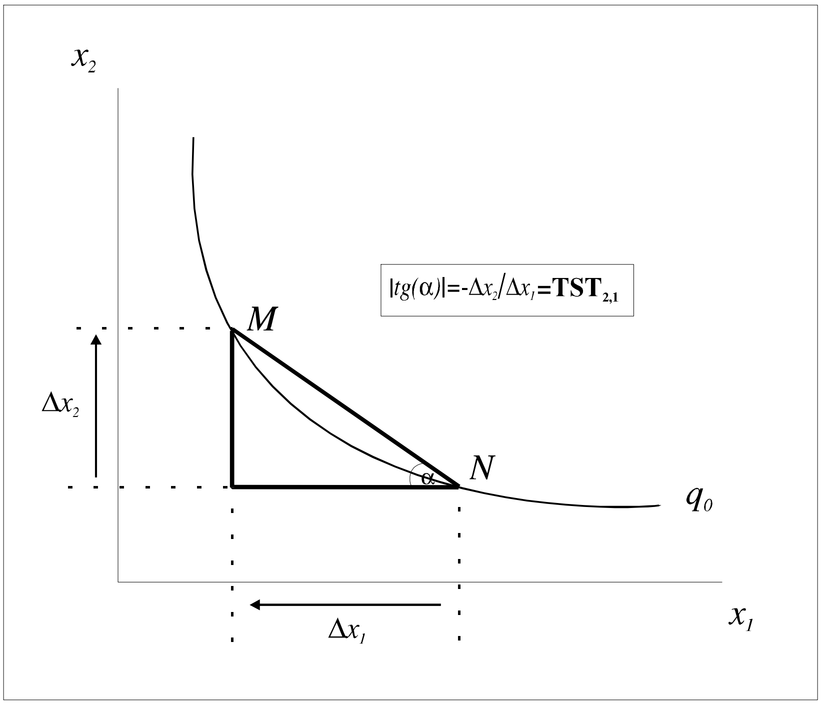


FIGURE 2.17 – Substitution entre deux facteurs

Mais ce taux de substitution ne dépend pas uniquement de la technologie mais aussi des variations de facteurs (Δx_1) considérés, nous avons donc un TST pour chaque panier sur la courbe et pour chaque variation spécifique de facteurs. On voudrait avoir un taux qui est unique pour chaque panier sur l'isoquante et donc qui dépend uniquement de la technologie et du panier considéré. Ce taux unique doit être indépendant de l'ampleur des variations des facteurs. Pour l'obtenir il suffit de raisonner à la marge et donc considérer le taux correspondant à une variation infinitésimale du facteur 1 :

$$TMST_{2,1} = lim_{\Delta x_1 \to 0} - \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \tag{2.15}$$

Ce taux s'appelle le taux marginal de substitution technique (TMST) et comme nous pouvons le montrer dans la figure suivante, il correspond à la valeur absolue de la pente de la tangente à l'isoquante au point considéré (Figure 2.18).

Cette figure montre que quand on considère les variations infinitésimales, le point M tend vers le point N et la corde NM tend vers la tangente à l'isoquante au point N. Par conséquent le TMST correspond à la valeur absolue de la pente de cette tangente. On a donc un taux unique à chaque point de la courbe qui correspond à la pente de la tangente en ce point.

Le TMST nous fournit une valorisation relative d'un input par rapport à un autre dans la technologie de la firme. En effet il nous indique, pour chaque panier, combien

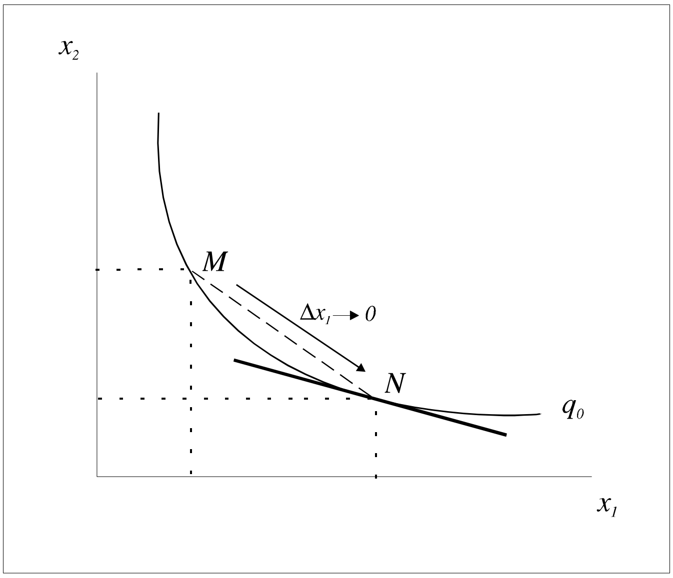


FIGURE 2.18 – La pente de la tangente et le TMST

d'unités de facteur 2 sont équivalentes, à la marge, à une unité de facteur 1. Cela est exactement la valeur relative du facteur 1 par rapport au facteur 2. Il est évident que cette valeur relative dépend étroitement de la contribution de chaque input à la production et des productivités marginales. En effet, nous pouvons montrer qu'il existe une relation étroite entre le TMST et le rapport des productivités marginales. Considérons la variation de la production suite aux variations des deux facteurs (il suffit de reprendre l'équation (2.9)) :

$$dq = df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_l} dx_l = Pm_1 dx_1 + \cdots + Pm_l dx_l.$$

Si les variations considérées correspondent à une substitution, la production ne doit pas varier :

$$df = 0 \Leftrightarrow \frac{Pm_1}{Pm_2} = -\frac{dx_2}{dx_1} = TMST_{2,1} \qquad (2.16)$$

Le TMST correspond donc aux rapport des productivités marginales. Nous observons aussi que les variations des facteurs sont en rapport inverse par rapport aux productivités marginales car plus un facteur à une productivité marginale élevée, moins il en faut pour compenser une variation de production due à la variation de l'autre facteur. Les deux variations ne se compensent que si :

$$dx_2 Pm_2 = -dx_1 Pm_1 > 0.$$

Exemple : Dans notre cas de figure on a :

$$TMST_{2,1} = \frac{Pm_1}{Pm_2} = \frac{2,5 x_1^{-3/4} x_2^{3/4}}{7,5 x_1^{1/4} x_2^{-1/4}} = \frac{x_2}{3x_1}.$$

Au point $(1,1)$ on est sur l'isoquante $q = 10$ et le $TMST = 1/3$: $0,33$ unités de facteur 2 sont suffisantes pour compenser la baisse d'une unité du facteur 1.

Dans la Figure 2.18, si l'on regarde la pente de la tangente à des points qui correspondent à des quantités de plus en plus élevées de facteur 1, on observe que cette pente diminue en valeur absolue. Au fur et à mesure qu'augmente l'utilisation du facteur 1, il en faut de moins en moins de facteur 2 pour compenser la baisse d'une unité de facteur 1 : le TMST est décroissante avec le facteur 1. La décroissance du TMST est due, comme on l'observe graphiquement, à la stricte convexité de l'isoquante. Cette décroissance correspond au fait que quand on augmente la quantité de facteur 1 sur l'isoquante et donc quand on diminue celle du facteur 2, la productivité marginale du facteur 1 diminue et celle du facteur 2 augmente (du fait de la décroissance des productivités marginales), d'où la diminution du TMST (le numérateur diminue et le dénominateur augmente). Par conséquent, plus le producteur utilise un facteur (et donc moins il utilise l'autre) moins les variations de ce facteur ont de valeur par rapport aux variations de l'autre (du fait de la décroissance des productivités marginales).

Remarque : tous les concepts développés dans cette section se généralisent directement au cas de l inputs.

2.5 Deux exemples : fonction de Cobb-Douglas et fonction de Leontief

Dans ce qui suit nous allons étudier deux exemples de fonction de production qui sont fréquemment utilisés en économie appliquée ou dans les modélisations théoriques. Nous allons rester dans le cas de deux inputs qui seront représentés par deux indice : K et L. Le premier correspond au stock de capital de la firme. Ce facteur est en général considéré comme un facteur fixe à court terme mais nous allons le considérer variable dans cet exemple (on se place à long terme). L représente l'utilisation de travail par la firme. C'est un facteur variable mais dans certaines circonstances (existence de conventions collectives limitant le licenciement, par exemple) il peut correspondre à un facteur relativement fixe à court terme.

2.5.1 La fonction de production Cobb-Douglas

La fonction de production de Cobb-Douglas s'écrit :

$$q = f(K, L) = AK^{\alpha}L^{\beta}, \; A > 0, \, \alpha > 0, \, \beta > 0. \tag{2.17}$$

Nous allons voir que la décroissance des productivités marginales impose des conditions supplémentaires sur les deux exposants. Les productivités marginales sont données :

$$\begin{aligned} Pm_K &= \frac{\partial f}{\partial K} = \alpha A K^{\alpha-1} L^{\beta} \\ Pm_L &= \frac{\partial f}{\partial L} = \beta A K^{\alpha} L^{\beta-1}. \end{aligned}$$

Si l'on regarde les variations de ces Pm avec les quantités :

$$\frac{\partial Pm_K}{\partial K} = \frac{\partial^2 f}{\partial K^2} = \alpha(\alpha-1)AK^{\alpha-2}L^{\beta} < 0 \text{ si } \alpha < 1,$$
$$\frac{\partial Pm_K}{\partial L} = \frac{\partial^2 f}{\partial L^2} = \beta(\beta-1)AK^{\alpha}L^{\beta-2} < 0 \text{ si } \beta < 1.$$

La décroissance des productivités marginales implique donc $\alpha < 1$ si $\beta < 1$. Nous pouvons aussi étudier les rendements d'échelle pour cette technologie (on l'a déjà fait avec notre exemple) :

$$f(\lambda K, \lambda L) = A(\lambda K)^{\alpha}(\lambda L)^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta}AK^{\alpha}L^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta}f(K, L).$$

Ce qui nous donne :
- $\alpha + \beta > 1$: rendements d'échelle croissants,
- $\alpha + \beta = 1$: rendements d'échelle constants,
- $\alpha + \beta < 1$: rendements d'échelle décroissants.

Ces conditions et les conditions sur la décroissance des productivités marginales montrent que les rendements d'échelle décroissants sont indépendants de la décroissance des productivités marginales. Nous pouvons tout à fait avoir des exposants inférieurs à 1 avec leur somme étant supérieure à 1. Prenez le cas $\alpha = 0,6$ et $\beta = 0,9 \Rightarrow \alpha + \beta = 1,5$ qui correspond à la décroissance des productivités marginales mais à la croissance des rendements d'échelle.

Une isoquante de cette fonction, correspondant au niveau d'output q est donnée par l'équation :

$$f(K, L) = q \Rightarrow K = \frac{q^{1/\beta}}{(AL^{\alpha})^{1/\beta}},$$

il s'agit d'une courbe hyperbolique (de type $1/x$) donc décroissante et convexe. Nous pouvons donc avoir une infinité de combinaisons des deux inputs qui permet de produire q : le capital et le travail sont parfaitement substituables dans cette technologie. Nous pouvons donc calculer les proportions dans les quelles les substitutions peuvent être effectuées sur chaque point d'une isoquante :

$$TMST_{L,K} = \frac{Pm_K}{Pm_L} = \frac{\alpha AK^{\alpha-1}L^{\beta}}{\beta AK^{\alpha}L^{\beta-1}} = \frac{\alpha L}{\beta K}.$$

On observe qu'au fur et à mesure que l'on augmente le capital et on diminue le travail de manière à rester sur la même isoquante, il faut de moins en moins d'unités de travail pour compenser la baisse d'une unité du capital. On a donc la décroissance du TMST (Figure 2.19).

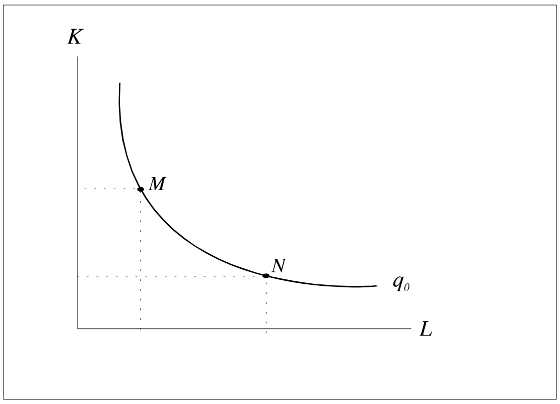


FIGURE 2.19 – Cobb-Douglas et Isoquantes

2.5.2 La fonction de production de Leontief

La fonction que nous allons étudier maintenant est fondamentalement différente de la précédente. En effet on a une technologie qui correspond à des facteurs complémentaires : le capital et le travail doivent toujours être combinés dans une proportion fixe pour être pleinement utilisés. On appelle aussi cette fonction la *fonction de production à facteurs complémentaires*. Cette technologie se caractérise par une relation linéaire entre les inputs et l'output et par une proportion fixe entre les deux inputs. Pour produire 1 unité d'output avec une telle technologie, il faut a unités de capital **et** b unités de travail. Les paramètres a et b sont appelés les *coefficients techniques*. Pour produire q unités d'output, il faut aq unités de capital **et** bq unités de travail. Si l'on dispose de $K = aq$ mais de $L<bq$ alors on ne peut produire q mais seulement L/b. Ce phénomène correspond à la fonction de production suivante :

$$q = f(K, L) = \min \left\{ \frac{K}{a}, \frac{L}{b} \right\}. \tag{2.18}$$

C'est le facteur dont on dispose le moins qui détermine le niveau de la production. Supposons que la firme possède un stock de capital K_0. Si elle dispose de suffisamment de travail alors elle peut produire K_0/a unités d'output :

$$\text{Pour } K = K_0,\ q = \frac{K_0}{a} \text{ si } \frac{L}{b} \geq \frac{K_0}{a} \Rightarrow \text{si } L \geq \frac{bK_0}{a},$$

car dans ce cas le minimum correspond à la quantité de capital dont dispose la firme. Si elle ne dispose pas de suffisamment de travail alors nous avons

$$\text{Pour } K = K_0,\ \ q = \frac{L}{b} \text{ si } \frac{L}{b} < \frac{K_0}{a} \Rightarrow \text{si } L < \frac{bK_0}{a}.$$

Ces résultats correspondent à la représentation suivante pour la fonction de production (Figure 2.20)

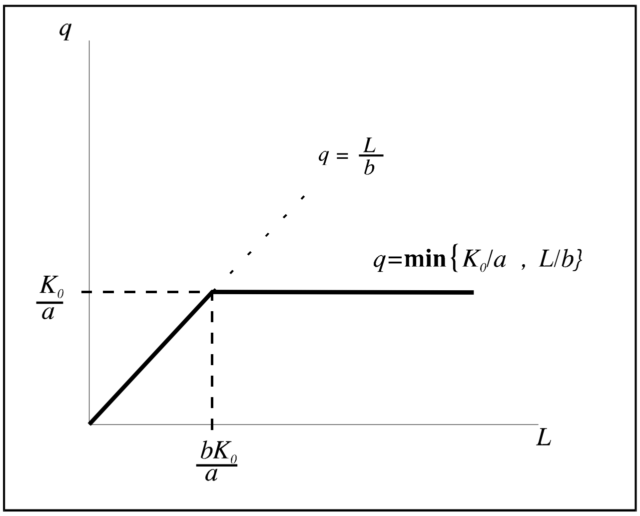


FIGURE 2.20 – Fonction de production de Leontieff

Nous observons que jusqu'à $L = (bK_0/a)$, le minimum correspond au travail et la production est croissante avec le travail, à partir de ce seuil le minimum est donné par le stock de capital et une augmentation du travail ne peut plus conduire à une augmentation de la production tant que l'on n'augmente pas le stock de capital aussi : la production garde un niveau constant. Ce phénomène apparaît aussi dans la productivité marginale du travail :

$$Pm_L = \begin{cases} \frac{1}{b} \text{ si } L \leq \frac{bK_0}{a} \\ 0 \text{ si } L > \frac{bK_0}{a} \end{cases} .$$

Il est naturellement possible de faire le raisonnement symétrique par rapport au capital. On peut maintenant étudier les rendements d'échelle dans cette technologie :

$$\begin{array}{c} \min\left\{\lambda\frac{K}{a}, \lambda\frac{L}{b}\right\} = \lambda^1 \min\left\{\frac{K}{a}, \frac{L}{b}\right\} \\ f(\lambda K, \lambda L) = \lambda^1 f(K, L) \end{array} .$$

Cette technologie linéaire correspond donc à des rendements d'échelle constants. Les isoquantes doivent de nouveau correspondre à un niveau constant de la production :

$$\min\left\{\frac{K}{a}, \frac{L}{b}\right\} = q \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{c} \frac{K}{a} = q \text{ et } \frac{L}{b} \geq q \text{ ou} \\ \frac{K}{a} \geq q \text{ et } \frac{L}{b} = q \end{array} \right.$$

Prenons $q = 1$,nous savons une quantité a de capital et b de travail permettent de produire ensemble ce niveau d'output. Si maintenant nous avons $L > b$ et $K = a$, le niveau de production reste toujours égal à 1 car le supplément de travail ne peut être exploité par la firme à cause du capital insuffisant. On a aussi $q = 1$ si $K > a$ *et* $L = b$. Nous obtenons donc l'isoquante de Figure 2.21.

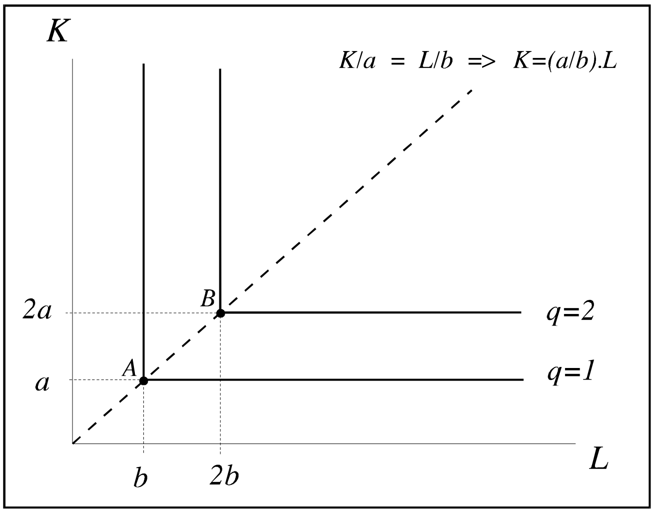


FIGURE 2.21 – Isoquantes d'une fonction de production de Leontieff

Nous pouvons définir le point (b, a) sur l'isoquante $q = 1$ comme étant la *combinaison efficace*, car partout ailleurs sur cette isoquante on gâche soit du travail soit du capital. Cette isoquante traduit bien la complémentarité des facteurs de production. En effet à partir du point A si l'on essaye de diminuer la quantité de L alors on ne peut compenser cette baisse par une augmentation de K et rester sur la même isoquante : on passe nécessairement à une isoquante plus basse. Donc les deux facteurs ne sont pas substituables. On ne peut diminuer la quantité d'un input sans changer d'isoquante que quand il y en a déjà trop de cet input (on est sur les branches parallèles aux axes). Le même type de raisonnement nous permet de construire l'isoquante $q = 2$. Toutes les *combinaisons efficaces* correspondent à l'utilisation de travail et de capital dans les quantités juste nécessaires :

Combinaisons efficaces :

$$\frac{K}{a} = \frac{L}{b} \Rightarrow K = \frac{a}{b}L$$

Le TMST n'a naturellement pas de signification ici, car la substitution n'est pas possible.

Chapitre 3

Firme concurrentielle et la combinaison optimale des facteurs

Nous avons introduit jusqu'à ce point un certain nombre de concepts qui permettent de caractériser les propriétés de la technologie et de l'organisation de la firme. Nous allons maintenant nous intéresser au comportement de la firme et plus précisément aux choix que la firme doit effectuer de manière optimale. Comme nous l'avons montré dans la figure 2, l'activité de la firme correspond à l'achat des inputs en vue de produire une certaine quantité de son output. Par conséquent, les choix que la firme doit effectuer concernent la quantité de sa production et la combinaison d'input à acheter pour réaliser cette production. Naturellement, la firme ne va pas choisir de produire n'importe quelle quantité. Sa décision va être guidée par le choix d'une décision qui est optimale par rapport à son objectif et donc qui correspond à la meilleure réalisation possible pour son objectif. Nous supposerons dans cet ouvrage que **l'objectif de la firme est la maximisation de son profit**.

Le profit est défini comme la différence entre les recettes de la firme (ou *chiffre d'affaires*) et ses coûts de production. Les recettes de la firme proviennent de la vente de sa production au prix unitaire p. Les coûts de la firme correspondent à ses dépenses en vue d'acheter les facteurs variables et fixes nécessaires à sa production. Pour chaque input h, si la firme l'achète en quantité x_h et si le prix unitaire est de p_h, la dépense correspondant est de $p_h x_h$. Le profit de la firme s'écrit alors :

$$\underbrace{\Pi}_{\text{Profit}} = \underbrace{p \times q}_{\text{Recettes}} - \underbrace{(p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_m x_m)}_{\text{Coût facteurs variables}} - \underbrace{(p_{m+1} x_{m+1} + \cdots + p_l x_l)}_{\text{Coût facteurs fixes}}, \tag{3.1}$$

où $l = m + n$. La firme va essayer de rendre ce profit le plus élevé possible (le maximiser) en choisissant un niveau d'output adéquat et un panier d'input qui lui permet de le produire. Les prix des inputs et celui de l'output vont directement influencer sa décision car ses recettes et ses coûts dépendent directement de ces prix.

Dans cette partie nous allons considérer le cas d'une firme qui est sur un marché concurrentiel (***concurrence parfaite***). Un tel marché se caractérise par l'existence d'une multitude (en fait une infinité) d'acheteurs et d'une multitude de vendeurs de sorte que les conséquences au niveau du marché des décisions de chaque individu soient négligeables. Par conséquent, la firme va considérer que quelles que soient les quantités qu'elle vend ou qu'elle achète elle aura toujours affaire aux mêmes prix sur les marchés : les prix de marché sont des données pour elle. De même comme les quantités qu'elle peut fournir sont très petites par rapport aux quantités totales échangées sur le marché (il y a une multitude de firmes qui vendent comme lui sur ce marché), elle va considérer qu'elle trouvera toujours des acheteurs pour son produit au prix de marché (même si elles sont élevées par rapport à sa capacité de production, elles restent très petites par rapport aux quantités totales de marché et donc par rapport à la demande totale). Par conséquent elle ne considérera pas les situations où elle ne pourra pas vendre une partie de sa production. Ces hypothèses vont caractériser le comportement de la firme en concurrence pure et parfaite. Le second semestre sera surtout consacré à l'étude des situations de concurrence imparfaite où il existe un petit nombre de firmes sur le marché et où les décisions de chaque firme ont un poids non-négligeable dans la détermination de l'équilibre.

Le programme de la firme concurrentielle peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{array}{c} max_{(q,x_1,\cdots,x_l)\in R_+^{l+1}} pq - p_1x_1 - p_2x_2 \cdots - p_lx_l, \\ \text{S.à. } q = f(x_1,\cdots,x_l) \end{array} \tag{3.2}$$

La firme doit donc maximiser son profit étant donnés les prix de marché et sa technologie. La combinaison d'input qu'elle choisit doit lui permettre de produire la quantité désirée. Dans un premier temps nous allons surtout nous intéresser au choix optimal du panier d'inputs étant donné un niveau de production. Le niveau du produit sera donc une donnée. Dans ce cas, les recettes totales de la firme sont constantes et le seul moyen dont la firme dispose pour améliorer son profit est la baisse des coûts du panier d'inputs : moins le panier d'input est coûteux, plus son profit sera élevé. Le paragraphe suivant sera consacré à ce problème.

3.1 Choix de la combinaison optimale des facteurs

Etant donné le niveau de production qu'elle veut réaliser, la firme cherche à utiliser le panier d'input le moins cher possible qui lui permet d'atteindre cette production. Nous allons maintenant caractériser plus en détail ce choix. Le problème que nous allons étudier correspond à la recherche de la combinaison la moins chère qui permet de produire un niveau de production donné avec la technologie de la firme :

$$\begin{array}{c} min_{(x_1,\cdots,x_l)\in R_+^l} p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_lx_l \\ \text{S.à. } f(x_1,\cdots,x_l) = q \end{array} \tag{3.3}$$

où la première ligne correspond à la minimisation des coûts et la deuxième ligne correspond à la contrainte technologique de la firme. Les prix sont naturellement donnés pour une firme concurrentielle. Nous allons d'abord étudier graphiquement ce problème. Ensuite une résolution analytique sera introduite.

3.1.1 La solution géométrique

Pour cette étude nous allons nous placer de nouveau dans un cadre à deux facteurs de production. Dans ce cas notre problème devient :

$$\begin{array}{c} min_{(x_1,x_2)\in R_+^2}\ p_1x_1+p_2x_2 \\ \text{S. à. } f\,(x_1,x_2)=q \end{array} \tag{3.4}$$

Etudions d'abord l'objectif de la firme (la première ligne du problème). Regardons les combinaisons de production qui correspondent un coût **C** pour la firme. Elles sont définies par l'équation :

$$p_1x_1+p_2x_2=C \quad \Leftrightarrow \quad x_2=\frac{1}{p_2}C-\frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{3.5}$$

Dans l'espace (x_1,x_2), ces équations définissent une droite qui est décroissante avec x_1 et dont les intersections avec les axes sont croissantes avec C (Figure 3.1).

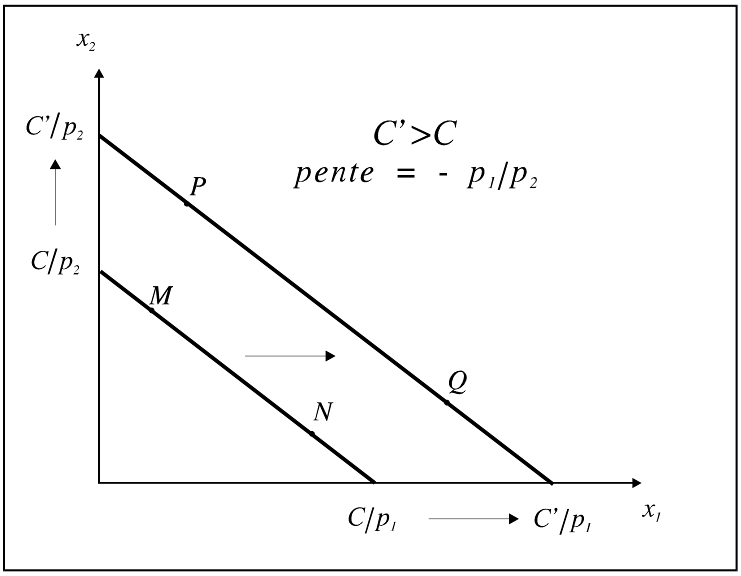


FIGURE 3.1 – Droites d'isocoûts

Une augmentation du niveau des coûts de C à $C\prime$ correspond à un déplacement vers la gauche de la droite d'isocoût. Quel que soit le niveau du coût, la pente de toutes les droites d'isocoût est la même et elle est donnée, en valeur absolue, par le rapport des prix des facteurs. Nous pouvons observer ce résultat en étudiant toutes les substitutions entre les deux facteurs qui gardent constant le niveau de la dépense :

$$\begin{array}{c} C=p_1x_1+p_2x_2, \quad dC=p_1dx_1+p_2dx_2=0 \\ \Rightarrow -\frac{dx_2}{dx_1}=\frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow |\text{pente d'iso-coût}|=\frac{p_1}{p_2}. \end{array} \tag{3.6}$$

La pente de la droite d'isocoût nous donne donc le rapport dans lequel on peut substituer le facteur 2 au facteur 1 tout en gardant constant le niveau de la dépense.

Par définition toutes les combinaisons de facteurs qui appartiennent à la même droite correspondent au même niveau de dépense (les paniers M et N coûtent tous les deux C tandis que les paniers P et Q coûtent C'). Plus on s'éloigne de l'origine, plus les dépenses augmentent car on a des paniers qui contiennent plus des deux facteurs et le coût supplémentaire de la hausse des quantités d'un facteur n'est pas compensé par la baisse des quantités de l'autre facteur. Par conséquent, étant donné un niveau de production, la firme va essayer d'utiliser un panier d'inputs qui se trouve sur la droite d'isocoût la plus proche possible de l'origine.

La contrainte de la firme est plus habituelle. En effet, cette contrainte nous dit que la firme doit choisir parmi les paniers qui permettent de produire exactement le niveau d'output q. Or l'ensemble qui contient ces paniers n'est rien d'autre que l'isoquante qui correspond à ce niveau de production : Il suffit donc de reprendre Figure 3.1 pour représenter cette contrainte pour le niveau de production q (si les facteurs sont substituables – Figure 3.2).

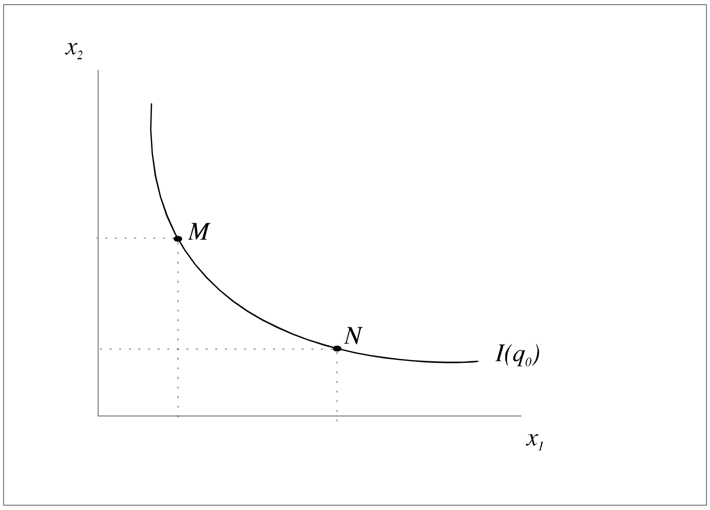


FIGURE 3.2 – Contraintes technologiques et isoquantes

Cette isoquante représente donc tous les paniers qui permettent de produire q, en particulier S et T. Parmi ces paniers la firme doit retenir celui qui appartient à la droite d'isocoût la plus basse possible (Figure 3.3).

Le point T appartient à la droite d'isocoût la plus basse dans cette figure. Malheureusement, il est en dessous de l'isoquante et donc il ne permet pas d'atteindre un niveau d'output q. D'autre part, le panier S est sur l'isoquante et donc il permet de produire le niveau q au coût C_0. Or on observe que n'importe quel panier qui est sous

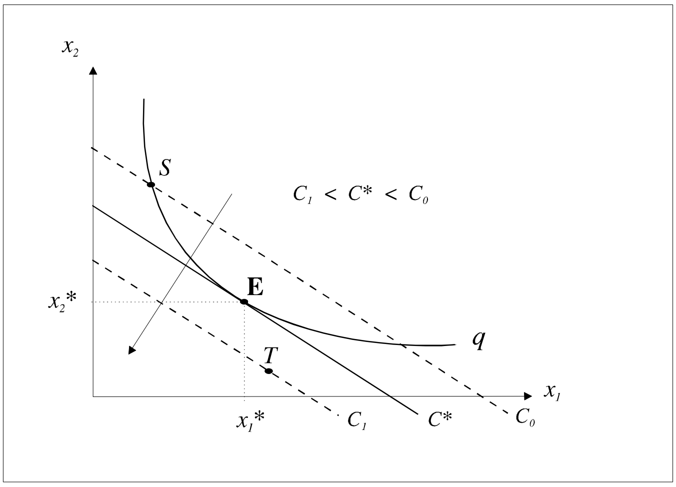


FIGURE 3.3 – L'optimum de la firme

l'isocoût C_0 et qui appartient à l'isoquante, permet de produire q moins cher que S donc S n'est pas optimal. En particulier le panier E permet de produire q moins cher que S et si l'on essaye de choisir un panier qui coûte moins cher que E, on ne peut plus produire cette quantité (on est en dessous de l'isoquante). Le panier E est donc le panier le moins cher possible qui permet d'atteindre le niveau de production q : c'est l'**optimum de la firme**. Il correspond au choix des quantités (x_1^*, x_2^*) pour les deux facteurs : c'est la **combinaison optimale** des deux facteurs de production.

Nous observons qu'au point E, la droite d'isocoût correspondante est tangente à l'isoquante. C'est pour cela que nous ne pouvons pas trouver un panier moins cher qui permettrait de produire q. Cette tangence implique que la tangente à l'isoquante au point E et la droite d'isocoût ont la même pente en valeurs absolues. Or nous savons que la valeur absolue de la tangente à l'isoquante au point E est exactement égale à la valeur du TMST à ce point. Le point E est donc caractérisé par les conditions suivantes :

$$\mathbf{E} : (x_1^*, x_2^*) \text{ tel que } \begin{array}{l} |\text{pente d'iso-coût}| = \dfrac{p_1}{p_2} \\ = TMST\,(x_1^*, x_2^*) = \dfrac{Pm_1}{Pm_2}\,(x_1^*, x_2^*) = \dfrac{\partial f/\partial x_1}{\partial f/\partial x_2}\,(x_1^*, x_2^*) \\ f\,(x_1^*, x_2^*) = q \end{array} \tag{3.7}$$

Il faut bien comprendre l'intuition qui est derrière la condition (3.4). Comme nous avons déjà vu, le TMST fournit une valeur relative du bien 1 par rapport au bien 2 dans le cadre de la technologie de la firme donc au niveau individuel. Le rapport des prix correspond à une valeur relative des deux biens au niveau du système de marché et donc au niveau global. La firme atteint son optimum quand sa valorisation privée correspond exactement à la valorisation sociale, autrement dit, quand le rapport des contributions des deux facteurs à sa production correspond exactement à leur valeur relative au niveau du système de marché. A tout point où l'on n'a pas cette égalité, la firme peut augmenter l'utilisation du facteur dont la valeur relative privée est supérieure à la valeur relative globale et réduire l'utilisation de l'autre facteur de manière à produire moins cher son output. N'oublions pas que le TMST nous indique dans quelle mesure on peut diminuer l'utilisation d'un facteur et augmenter celle de l'autre et garder la production constante, tandis que le rapport des prix nous indique dans quelle mesure on peut substituer un facteur à l'autre tout en gardant le même niveau des dépenses.

Nous pouvons illustrer ce raisonnement grâce à Figure 3.4. Regardons le panier S. Ce panier permet de produire l'output q mais pour ce panier le TMST (la pente de la tangente) est inférieur au rapport des prix (la valeur absolue de la pente de la droite isocoût). Par conséquent, la valorisation dans la firme du facteur 1 est inférieure à la valorisation sociale de ce bien (on a naturellement le résultat inverse pour le facteur 2). La firme peut donc substituer du facteur 2 au facteur 1 de manière à garder le même niveau de production et réduire ses dépenses, puisque le facteur 2 contribue mieux à la production et il coûte relativement moins cher. On observe en effet qu'au point T on a ce résultat : la firme a substitué du facteur 2 au facteur 1 et elle a baissé ses dépenses $(C_0 > C_1)$. On observe néanmoins que le TMST est toujours inférieur au rapport des prix, donc la substitution doit continuer si la firme veut réduire ses dépenses. C'est seulement quand les deux éléments deviennent égaux (point E) que la substitution n'est plus intéressante. Pour des paniers de l'autre coté du point E on a naturellement le résultat inverse (on doit substituer du facteur 1 au facteur 2).

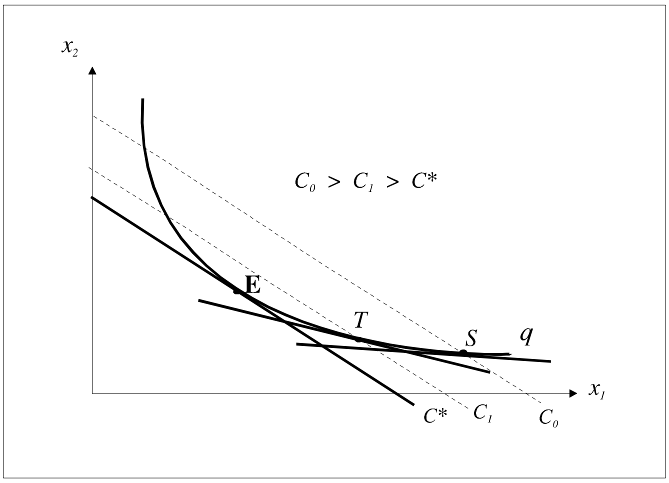


FIGURE 3.4 – TMST et rapports des prix

Les conditions (3.7) nous donnent un système de deux équations à deux inconnus (x_1^*, x_2^*). En résolvant ce système on peut déterminer la combinaison optimale d'inputs nécessaire à la production de l'output q :

$$\begin{array}{l} TMST\left(x_1^*, x_2^*\right) = \dfrac{Pm_1}{Pm_2}\left(x_1^*, x_2^*\right) = \dfrac{\partial f/\partial x_1}{\partial f/\partial x_2}\left(x_1^*, x_2^*\right) = \frac{p_1}{p_2} \\ \Rightarrow x_2^* = \varphi(x_1^*), \\ f\left(x_1^*, x_2^*\right) = q \Rightarrow f(x_1^*, \varphi(x_1^*)) = q \\ \Rightarrow x_1^* = \psi_1(q) \quad , \quad x_2^* = \varphi\left(\psi_1(q)\right) = \psi_2(q). \end{array}$$

Exemple : Pour notre exemple de fonction Cobb-Douglas, nous avions,

$$\begin{array}{l} TMST_{2,1} = \frac{Pm_1}{Pm_2} = \frac{2{,}5x_1^{-3/4}x_2^{3/4}}{7{,}5x_1^{1/4}x_2^{-1/4}} = \frac{x_2}{3x_1} = \frac{p_1}{p_2} \\ \Rightarrow x_2^* = \frac{3x_1p_1}{p_2} = \varphi(x_1^*), \\ f\left(x_1^*, \varphi(x_1^*)\right) = 10x_1^{*1/4}\varphi(x_1^*)^{3/4} = q \\ = 10x_1^{*1/4}\left(\frac{3x_1^*p_1}{p_2}\right)^{3/4} = 10 \times 3^{3/4}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{3/4} x_1^* \\ = 22,8\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{3/4} x_1^* = q \Rightarrow x_1^* = \frac{q}{22{,}8}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{3/4} = \psi_1(q) \\ \Rightarrow x_2^* = \varphi(x_1^*) = \frac{3\psi_1(q)p_1}{p_2} = \frac{3q}{22{,}8}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/4} = \psi_2(q) \end{array}$$

Application numérique : Si $p_1 = p_2 = 1$ et $q = 100$,

$$\begin{array}{l} x_1^* = \frac{100}{22{,}8} = 4,39\ , \\ x_2^* = \frac{300}{22{,}8} = 13,17. \end{array}$$

Ce raisonnement géométrique nous permet donc de caractériser complètement la combinaison optimale des facteurs de production pour chaque niveau de production.

Cette méthode de calcul basée sur la tangence n'est valable que pour les technologies à facteurs substituables. Pour les technologies à facteurs complémentaires, on ne peut l'utiliser directement. Néanmoins le principe reste le même : la firme essaye de se placer sur la courbe d'isocoût la plus basse possible. Figure 3.5 permet d'illustrer cela. Dans ce cas, la recherche du coût le plus faible conduit la firme à utiliser nécessairement une combinaison efficace des facteurs. Quels que soient les rapports de prix, la firme se place au point E. Tout autre point sur les branches correspond à un gâchis puisque la firme paye pour une quantité de facteurs qui ne contribue pas à la production.

La forme des isoquantes influence donc fondamentalement la détermination de l'optimum de la firme. En effet la règle de la tangence que nous avons utilisée dans le cas de deux facteurs substituables n'est valable que si les isoquantes sont convexe. Nous avions dit que la convexité des isoquantes était importante et cela va apparaître clairement dans la détermination de l'optimum de la firme. Nous avions exposé une isoquante seulement convexe et une isoquante qui n'était pas convexe. Nous pouvons reprendre ces cas et étudier quels résultats la règle de la tangence nous donne dans ces cas.

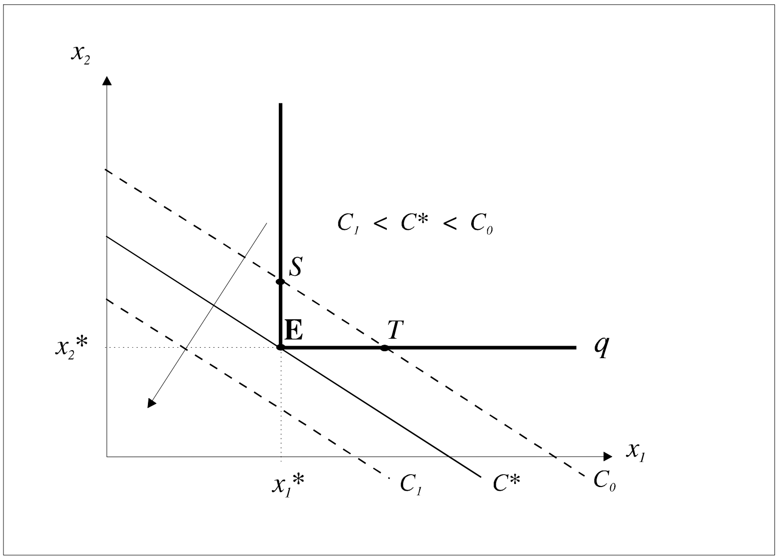


FIGURE 3.5 – Combinaison optimale des facteurs complémentaires

Pour le premier cas nous allons prendre une isoquante entièrement linéaire (notre exemple était linéaire sur une portion seulement). Ce type d'isoquante appartient à une fonction de production de type **linéaire** :

$$\begin{array}{c} f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2 = q_0 \\ x_2 = \frac{q_0}{b} - \frac{a}{b}x_1 \Rightarrow TMST = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{a}{b} = Cste \end{array} \tag{3.8}$$

On observe que le TMST reste constant le long de chaque isoquante, quel que soit le panier de facteurs considéré. La règle de la tangence implique l'égalité entre le TMST et le rapport des prix or a priori il n'y a aucune raison que l'on ait cette égalité. Le rapport a/b est donné par la technologie et le rapport des prix par les marchés, il n'y a aucune raison que ces deux mécanismes donnent le même résultat. En effet même si l'on a l'égalité, la détermination de l'optimum de la firme reste problématique comme nous pouvons le voir dans Figure 3.6.

La droite d'isocoût C correspond à l'égalité du rapport des prix du TMST. Cette relation devrait nous permettre de déterminer l'optimum de la firme (E). Or nous observons que dans ce cas, n'importe quel point sur l'isoquante est un optimum et donc la minimisation des dépenses n'a pas de solution unique.

La droite $C\prime$ correspond à une pente plus élevée (en valeur absolue). Dans ce cas nous avons :

$$\frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b} = TMST,$$

et donc la firme a toujours intérêt à substituer le facteur 2 au facteur 1 (le facteur 1 est relativement trop cher par rapport à sa contribution à la production). Cette substitution

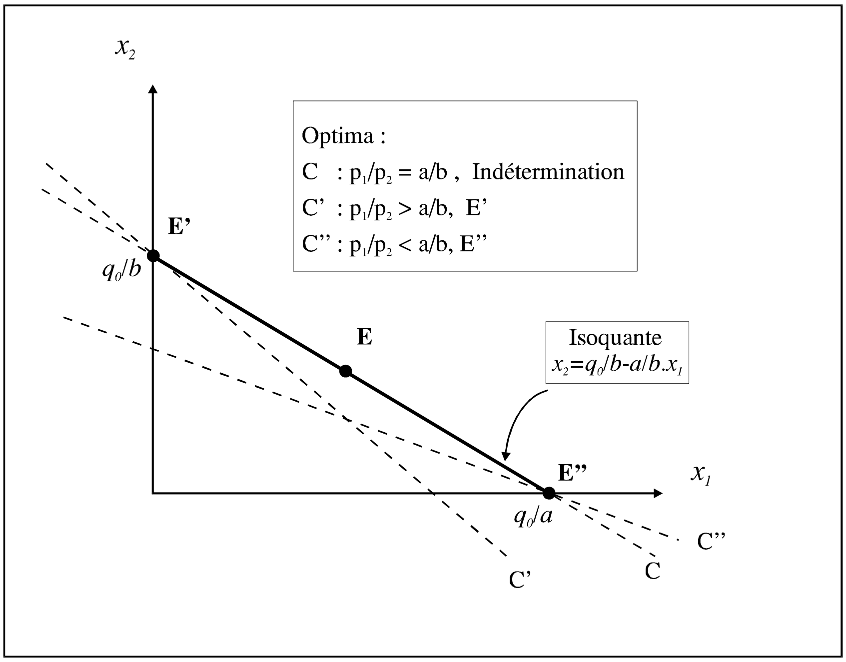


FIGURE 3.6 – Problèmes d'optimisation liés à la linéarité de l'isoquante

doit continuer jusqu'à ce que la firme ne puisse plus diminuer la quantité de 1 et augmenter celle de 2. On a donc **une solution en coin** : le point E'. L'optimum de la firme est bien déterminé mais il ne vérifie pas la règle de la tangence. C'est le raisonnement graphique qui permet de le déterminer.

Nous avons la situation symétrique pour la droite C'' :

$$\frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b} = TMST,$$

la firme a donc intérêt à substituer le facteur 1 au facteur 2. On a la solution en coin : E''. De nouveau l'optimum est unique mais la règle de la tangence ne peut pas nous conduire à cette solution. La stricte convexité est donc nécessaire pour l'application de cette règle.

L'autre cas de figure nous montre que la règle de la tangence peut même conduire à des solutions sous-optimales. Rappelons que dans ce cas l'isoquante a une portion concave. Nous pouvons voir les implications de cette configuration dans Figure 3.7.

Nous observons que pour un rapport de prix donné, la règle de la tangence conduit à une solution E' correspondant à un niveau de dépenses C'. Or il s'agit d'une solution sous-optimale car au lieu d'un minimum, on a en ce point un maximum local pour les dépenses. Si l'on essaye de minimiser encore les dépenses, on peut atteindre un autre point E qui correspond à un niveau de dépenses $C < C'$. Observons qu'en E'

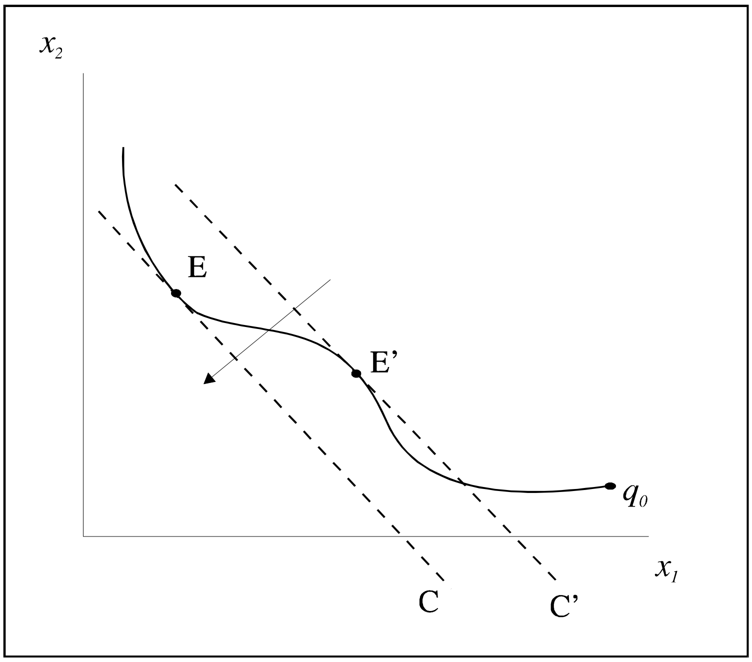


FIGURE 3.7 – Concavité partielle de l'isoquante et sous-optimalité

l'isoquante est concave, tandis qu'en E, elle est convexe. Par conséquent la règle de la tangence ne nous conduit à un minimum unique pour les dépenses que si et seulement si l'isoquante est strictement convexe.

3.1.2 La solution analytique : le Lagrangien

Nous allons introduire maintenant une méthode de calcul qui va nous permettre de calculer directement la (ou les) combinaison(s) de facteurs qui minimise(nt) les dépenses de la firme. Si nous reprenons le problème de la firme :

$$\begin{array}{c} min_{(x_1,x_2)\in R_+^2} \; p_1x_1 + p_2x_2 \\ \text{S.à. } f(x_1, x_2) = q \end{array} \tag{3.9}$$

il s'agit d'un problème de minimisation d'une fonction sous une contrainte d'égalité. On cherche donc le minimum de dépenses, parmi les combinaisons qui vérifient la contrainte technologique (celles qui nous permettent de produire la quantité q). Si on a une fonction de production strictement quasi-concave (si les isoquantes sont convexes donc si les facteurs sont substituables) et si cette fonction est différentiable alors on peut utiliser une nouvelle fonction –le Lagrangien, $\mathcal{L}$– pour calculer les solutions optimales de ce problème. En fait, en utilisant le Lagrangien, on aura un nouveau problème de maximisation sans contraintes où les conditions d'optimalité vont automatiquement tenir compte de la contrainte du problème initial (3.9). On va en réalité remplacer une contrainte par une variable de décision supplémentaire : le multiplicateur de Lagrange.

On va donc associer une variable supplémentaire, λ, à la contrainte du problème (3.9). Le programme de la firme va alors devenir :

$$min_{(x_1,x_2,\lambda)} \quad \mathcal{L}(x_1,x_2;\lambda) = p_1x_1 + p_2x_2 - \lambda\left(q - f(x_1,x_2)\right). \tag{3.10}$$

La contrainte du problème initial apparaît donc dans cette nouvelle fonction. On cherche maintenant une combinaison de facteurs à partir de laquelle il nous est impossible de diminuer la valeur de cette fonction en modifiant les quantités utilisées des deux facteurs. On cherche donc

$$\left(x_1^*, x_2^*; \lambda^*\right) \text{ tel que } \mathcal{L}\left(x_1^*, x_2^*; \lambda^*\right) < \mathcal{L}\left(x_1' x_2' \lambda\right),$$

le vecteur optimal minimise donc le Lagrangien à son voisinage (minimum local). Or si l'on modifie ces variables, l'impact de cette modification sur le Lagrangien sera évalué par les dérivées partielles du Lagrangien par rapport à ces variables. Si x est une variable dont dépend le Lagrangien on a le raisonnement suivant :

- $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} > 0$: on peut diminuer la valeur du Lagrangien en diminuant x ;
- $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} < 0$: on peut diminuer la valeur du Lagrangien en augmentant x ;
- $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0$: on ne peut diminuer la valeur du Lagrangien en modifiant x.

Tant que l'on peut encore diminuer la valeur du Lagrangien en modifiant la valeur d'une variable on n'est pas à l'optimum. Par conséquent, si l'on est à l'optimum au point $(x_1^*, x_2^*; \lambda^*)$, on doit nécessairement avoir :

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1}\left(x_1^*, x_2^*; \lambda^*\right) = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2}\left(x_1^*, x_2^*; \lambda^*\right) = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}\left(x_1^*, x_2^*; \lambda^*\right) = 0 \end{array}\right. \tag{3.11}$$

Il s'agit des conditions nécessaires pour un minimum local (la solution du système n'est pas nécessairement unique). Si les isoquantes sont strictement convexes alors ces conditions sont suffisantes pour déterminer le minimum global. En utilisant l'expression détaillée du Lagrangien ces conditions deviennent :

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = p_1 - \lambda \frac{\partial f}{\partial x_1} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = p_2 - \lambda \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = q - f(x_1, x_2) = 0. \end{array}\right. \tag{3.12}$$

On observe que la dernière condition est exactement la contrainte de notre problème initial. Par conséquent la minimisation sans contraintes du Lagrangien tient nécessairement compte de cette contrainte. A partir du rapport des deux premières conditions nous obtenons :

$$\begin{aligned} p_1 = \lambda \frac{\partial f}{\partial x_1}, \quad p_2 = \lambda \frac{\partial f}{\partial x_2}, \\ \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}}{\frac{\partial f}{\partial x_2}} = TMST(x_1^*, x_2^*); \\ q = f(x_1^*, x_2^*). \end{aligned} \tag{3.13}$$

Nous obtenons donc les deux conditions qui correspondent respectivement à la règle de la tangence et à la contrainte technologique. Malgré la facilité et la fiabilité du raisonnement graphique il est important de connaître la méthode du Lagrangien car elle généralise le raisonnement graphique au cas de plus de deux inputs car cette méthode est valable pour l inputs aussi ; dans ce cas on a $l+1$ dérivées partielles à annuler (on a un système de $l+1$ équations et $l+1$ inconnues).
Exemple : Pour notre fonction de production nous avons de nouveau

$$\begin{aligned} & min_{(x_1,x_2)} \quad p_1x_1 + p_2x_2 \\ & \text{S.à.} \quad f(x_1,x_2) = 10x_1^{1/4}x_2^{3/4} = q, \\ & \Leftrightarrow min_{(x_1,x_2,\lambda)} \quad L(x_1,x_2,\lambda) = p_1x_1 + p_2x_2 + \lambda\left(q - 10x_1^{1/4}x_2^{3/4}\right) \\ & \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow p_1 = \lambda(2,5x_1^{-3/4}x_2^{3/4}) \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Leftrightarrow p_2 = \lambda(7,5x_1^{1/4}x_2^{-1/4}) \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow 10x_1^{1/4}x_2^{3/4} = q. \end{cases} \end{aligned}$$

A partir des deux premières conditions on obtient :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{x_2}{3x_1} = TMST.$$

C'est exactement la condition que nous avons déjà obtenue par la méthode graphique.

Ces méthodes nous permettent donc de déterminer le panier optimal de facteurs de production que la firme doit utiliser pour chaque niveau de production. Mais rappelons-nous que l'objectif de la firme est de maximiser le profit. Comment la firme doit-elle procéder pour atteindre cet objectif ?

3.2 Maximisation de profit et les décisions de la firme

La firme va acheter les facteurs de production sur des marchés concurrentiels mais nous allons aussi supposer qu'elle peut vendre sa production sur un marché de même type, sur lequel le prix (p) est donné pour elle : elle est preneuse de prix sur ce marché aussi. Elle va alors choisir le niveau de production qui va maximiser son profit et réaliser cette production en utilisant un panier optimal d'input (sinon, elle aurait pu augmenter son profit en choisissant un panier d'input qui coûte moins cher).

3.2.1 Profit de la firme

Nous avons défini le profit dans l'équation (3.1)

$$\Pi = \text{Recettes-Coûts}$$

Si le prix du produit est p, ses recettes seront données par

$$\text{Recettes totales} = pq$$

Ses coûts vont résulter de l'achat des différents facteurs de production

$$\text{Coûts totaux} = \sum_l p_l x_l$$

3.2.2 Horizon temporel de la firme

Quand la firme cherche à réagir de manière optimale aux changements de son environnement (variation du prix d'un input, par exemple), sa réaction ne sera pas de même nature selon l'horizon temporel considéré.

Dans un premier temps, la firme ne pourra ajuster que l'utilisation de certains facteurs de production (il s'agira alors de *facteurs variables*), tandis que le niveau d'autres facteurs ne pourra être modifié par elle (on parle alors de *facteurs fixes*). Si la firme veut augmenter son niveau de production pour répondre à une augmentation du prix de son produit, elle pourra, par exemple, faire appel au travail intérimaire mais elle ne pourra augmenter rapidement les locaux qu'elle utilise pour la production. On parle alors de **court terme (CT)** et le court terme est caractérisé par le fait que certains facteurs seront fixes.

Par la suite, si la hausse du prix de son produit persiste, la firme va finir par avoir la possibilité d'ajuster tous les facteurs de production (trouver de nouveaux locaux à louer par exemple, et y installer de nouvelles machines qu'elle a pu faire réaliser à ses fournisseurs. Le laps de temps nécessaire pour que tous les facteurs de production deviennent ajustable est appelé le **long terme (LT)**. A long terme tous les facteurs de production sont variables.

Le problème de maximisation de profit de la firme n'est pas tout-à-fait de même nature dans ces deux horizons temporels.

3.2.3 Maximisation de profit à court terme

Considérons que la firme utilise deux facteurs de production et qu'elle n'ait pas le moyen d'ajuster le niveau de second facteur à court terme (le second facteur est donc un facteur fixe dans ce cas). Notons par $\overline{x_2}$ le niveau fixe de ce facteur. La firme doit donc réaliser sa production en utilisant des paniers du type $(x_1, \overline{x_2})$ où seul x_1 peut être ajusté. Son problème de maximisation de profit devient alors

$$\begin{aligned} & max_{x_1} pq - p_1 x_1 - p_2 \overline{x_2} \\ q = & f(x_1; \overline{x_2}) \end{aligned} \tag{3.14}$$

En substituant la seconde condition dans la première, nous obtenons un problème assez simple

$$max_{x_1} p \cdot f(x_1; \overline{x_2}) - p_1 x_1 - p_2 \overline{x_2}$$

car le profit ne dépend plus que d'une seule variable maintenant, étant donné que $\overline{x_2}$ et tous les prix sont des constantes pour la firme

$$\pi(x_1; \overline{x_2}) = p \cdot f(x_1; \overline{x_2}) - p_1 x_1 - p_2 \overline{x_2}$$

où $\overline{x_2}$ n'est plus qu'un paramètre du problème de maximisation de profit.

La solution de ce problème peut être établi simplement avec une approche graphique.

Dans l'espace (x_1, q) nous pouvons représenter à la fois la fonction de production de la firme $q = f(x_1; \overline{x_2})$ et les droites d'isoprofit qui, de manière similaire aux isoquantes, nous donnent toutes le combinaison de q et de x_1 qui permettent à la firme d'atteindre un même niveau de profit π_0

$$pq - p_1 x_1 - p_2 \overline{x_2} = \pi_0$$
$$\Rightarrow q = \gamma(x_1; \pi_0, \overline{x_2}) = \frac{\pi_0 + p_2 \overline{x_2}}{p} + \frac{p_1}{p} x_1$$

Nous observons facilement que la pente de la droite d'isoprofit est donnée par $\partial\gamma/\partial x_1 = p_1/p \geq 0$ et que la droite se déplace vers le haut quand on considère un niveau de profit plus élevé : $\partial\gamma/\partial\pi = 1/p > 0$. Par conséquent la droite d'isprofit correspondant à $\pi_1 > \pi_0$ est au dessus de celle correspondant à π_0.

La recherche du profit maximal par la firme va correspondre alors à la recherche d'un couple (x_1, q) qui permet à la firme de satisfaire sa contrainte technique représentée par la fonction de production tout en se plaçant sur la droite d'isoprofit la plus haute possible. Les deux éléments de ce problème (la fonction de production et l'isoprofit) sont bien sûr conditionné par le niveau du facteur 2.

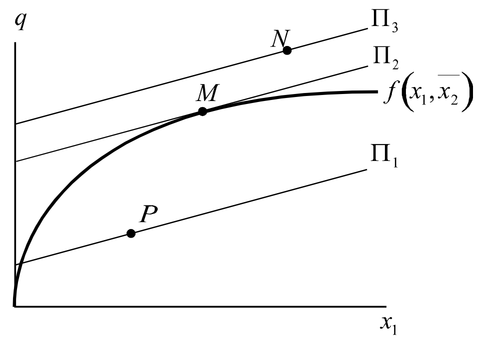


FIGURE 3.8 – Maximisation de profit à CT

Dans Figure 3.8, le profit optimal est atteint au point M et il correspond au niveau de profit Π_2. Le profit Π_3 est plus intéressant pour la firme mais sa technologie et le niveau donné du facteur 2 ne lui permettent pas d'atteindre ce niveau de profit.

Cette solution graphique montre que deux conditions doivent être remplies à l'optimum de la firme (x_1^*, q^*) :

1. La pente de la tangente à la fonction de production (dq/dx_1) en x_1^* et celle de la droite d'isoprofit doivent être égales

$$Pm_1 = \frac{p_1}{p} \Leftrightarrow pPm_1 = p_1 \tag{3.15}$$

   la productivité marginale en valeur du facteur 1 doit être égal à son prix sur le marché

2. La production q^* doit être réalisable avec x_1^*

$$q^* = f(x_1^*; \overline{x_2})$$

Exemple : Si la fonction de production de la firme est $q = f(x_1, x_2) = \sqrt{10} x_1^{1/4} x^{1/2}$ et le second facteur est fixe à court terme, avec $x_2 = \overline{x_2} = 160$, la fonction de production de court terme de la firme est donnée par $q = f(x_1; 10) = 40x_1^{1/4}$. L'équation (3.15) nous permet de déterminer la quantité optimale de facteur 1 que la firme doit utiliser :

$$Pm = \frac{10}{x_1^{3/4}} = \frac{p_1}{p} \Leftrightarrow x_1^* = \left(10\frac{p}{p_1}\right)^{4/3}$$

Application numérique : $p = 27, p_1 = 1, p_2 = 1 \Rightarrow x_1^* = (10 \times 27)^{4/3} = 1745.1 \Rightarrow q^* = 40\,(x_1^*)^{1/4} = 40\,(10 \times 27)^{1/3} = 258.53$

Le profit optimale de la firme en découle : $\Pi^* = p \times q^* - p_1 \times x_1^* - p_2 \times \overline{x_2} = 27 \times 258.53 - 1 \times 1745.1 - 1 \times 160 = 5075.2$.

3.2.4 Statique comparative à court terme

Nous pouvons étudier graphiquement comment l'optimum de la firme réagit face aux variations des deux (en fait un seul) principaux paramètres de ce problème : les prix p_1 et p. En effet ce qui compte pour l'établissement du point de tangence entre la droite d'isoprofit la plus élevée et la fonction de production à CT est le prix relatif $\omega = p_1/p$. Figure 3.9 montre comment les quantités optimales (q^*, x_1^*) se modifie quand ce prix relatif augmente à cause d'une baisse de p ou d'une augmentation de p_1 (le passage de M à N). Le passage de N vers M correspond bien sûr à une baisse de ce prix relatif.

Une augmentation de $\overline{x_2}$ correspondrait bien sûr à déformation vers le haut de la courbe de la fonction de production, sans que cela modifie le prix relatif ω.

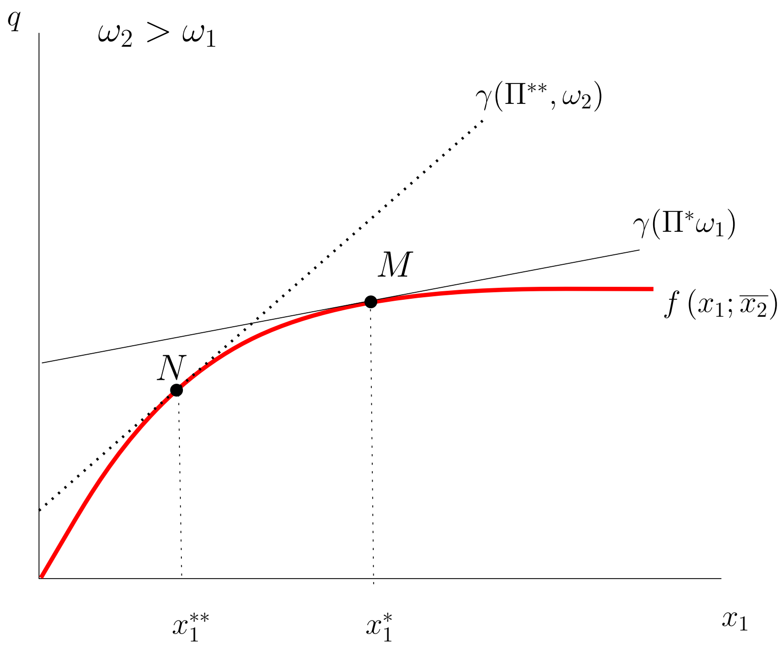


FIGURE 3.9 – Statique comparative à CT

3.2.5 Maximisation du profit à long terme

A long terme, tous les facteurs de production sont variables et l'objectif de l'entreprise devient :

$$\max_{x_1,x_2} \quad pf\left(x_1, x_2\right) - p_1x_1 - p_2x_2$$

Nous avons de nouveau un optimum si la firme ne peut améliorer son profit en modifiant les quantités utilisées des inputs :

$$\left.\begin{array}{l} pPm_1\left(x_1^*, x_2^*\right) = p_1 \\ pPm_2\left(x_1^*, x_2^*\right) = p_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(x_1^*, x_2^*\right) \Rightarrow q^*$$

On a donc un système de 2 équations à deux inconnues. En le résolvant, nous obtenons :

$$\left.\begin{array}{l} x_1^*\left(p; p_1, p_2\right) \\ x_2^*\left(p; p_1, p_2\right) \end{array}\right\} \text{Les fonctions de demande de facteurs}$$

$$\Rightarrow q^* = f\left(x_1^*, x_2^*\right) \Rightarrow \Pi^*$$

3.2.6 Maximisation du profit concurrentiel et rendements d'échelle

La nature des rendements d'échelle influence de manière importante la maximisation de profit par une firme concurrentielle.

Soit une situation initiale de **profit maximal** de long terme :

$$f(x_1^*, x_2^*) = q^* \Rightarrow \pi^* = pq^* - p_1 x_1^* - p_2 x_2^* > 0$$

Si les rendements d'échelle sont constants $\forall q$, nous pouvons avoir :

$$f(2x_1^*, 2x_2^*) = 2q^*$$
$$\pi = p \times 2q^* - p_1 \times 2x_1^* - p_2 \times 2x_2^* = 2\pi^* > \pi^*$$

Par conséquent, si les rendement d'échelle sont constants et le profit maximal initial > 0, le dernier résultat indique que la firme pourrait faire encore mieux que π^* en multipliant son échelle de production. Ce qui impliquerait que π^* n'était pas optimal, ce qui est en contradiction totale avec notre hypothèse initiale et donc impossible.

Le seul cas où l'optimalité serait compatible avec les rendements d'échelle constants est $\pi^* = 0 \Rightarrow 2\pi^* = \pi^*$.Donc à long terme le profit optimal d'une entreprise concurrentielle avec rendements d'échelle constants est nécessairement nul.

Ce résultat est loin d'être absurde. En fait regardons ce qui pourrait se passer si la firme augmentait de manière continue ses quantités pour maximiser son profit :

1. Apparition d'une inefficacité donc rendements d'échelle décroissants pour $q > \overline{q}$, taille à partir de laquelle la firme devient trop grande pour être correctement gérée ;
2. Elimination des concurrents donc l'émergence du monopole de cette firme. La firme change de comportement dans ce cas, comme nous le verrons plus loin.
3. Toutes les firmes bénéficient des rendements d'échelle constants et elles augmentent simultanément leur quantités, sans que la demande puisse absorber ces quantités supplémentaires, cela conduisant à une baisse du prix du produit et donc à des profits nuls.

Nous avons considéré le choix de la combinaison optimale des facteurs de production par la firme de deux points de vue : la minimisation des coûts pour un niveau donné de production et la recherche du profit maximal. La microéconomie standard suppose que l'objectif de la firme est la maximisation du profit. Donc l'analyse via les coûts semble incomplète car elle ne permet pas de déterminer le profit optimal. Or, elle est loin d'être inutile car une firme qui utilise un panier de facteurs qui ne minimise pas ses coûts, ne peut atteindre le profit maximal, étant donné que pour le niveau donné de production et les prix, l'ajustement du panier de facteurs de manière à réduire les coûts ne peut qu'augmenter le profit. Nous allons maintenant voir que le problème de maximisation de profit peut-être décomposé en deux étapes pour simplifier son analyse. Nous allons considérer que

1. la firme utilise le panier d'inputs qui minimise ses coûts pour tout q (cela va nous donner sa fonction de coût),
2. elle choisit son niveau de production, q^* de manière à maximiser son profit en tenant compte de la fonction de coût déterminée en (1).

Nous allons d'abord étudier la première étape : la construction de la fonction de coût de la firme.

Chapitre 4

Fonctions de coûts

4.1 Minimisation des coûts

Chercher à minimiser les coûts correspond donc à la résolution du problème que nous avons déjà étudié (3.9) :

$$\begin{array}{rl} \min p_1 x_1^* + p_2 x_2^* & \text{(coûts des facteurs)} \\ \text{S.à. } f(x_1, x_2) = q & \text{(fonc. de production)} \end{array}$$

Le niveau optimal de cet objectif donnera la **fonction de coût :**

$$C(q; p_1, p_2) \tag{4.1}$$

Nous savons que la combinaison qui minimise les coûts, $E = (x_1^*, x_2^*)$, doit vérifier les deux conditions suivantes :

1)

$$|\text{pente de la tangente}| = |\text{pente de la droite d'iso-coût}|$$

$$TMST = \frac{Pm_1(x_1^*, x_2^*)}{Pm_2(x_1^*, x_2^*)} = \frac{p_1}{p_2}$$

2) E permet de produire q :

$$f(x_1^*, x_2^*) = q$$

Cela nous donne donc un système simple de deux équations et deux inconnus : (x_1^*, x_2^*). Les solutions de ce système (les valeurs optimales) vont bien sûr en général dépendre des paramètres de ce problème de minimisation : q, p_1 et p_2. Elles vont correspondre aux **demandes conditionnelles** d'inputs : $(x_1^*(q; p_1, p_2), x_2^*(q; p_1, p_2))$. Ces demandes sont conditionnées par le niveau de production visée (q).

Le coût de ce panier optimal est le coût le plus faible que la firme doit payer si elle veut réaliser le niveau de production q :

$$p_1 \times x_1^*(q; p_1, p_2) + p_2 \times x_2^*(q; p_1, p_2) = C(q; p_1, p_2) = \mathbf{C}(q) \tag{4.2}$$

$C(q)$ est la **fonction de coût total** de la firme. Remarquons que cette fonction dépend de la technologie (la fonction de production) de la firme et des prix des facteurs de production.

4.2 Exemples

4.2.1 Facteurs complémentaires

$$f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$$

Pour produire q, il faut **au moins** q unités de x_1 et q unités de x_2.

La minimisation des coûts doit impliquer la suppression des gâchis et donc, l'utilisation des combinaisons *efficaces* (celles qui contiennent juste ce qu'il faut de facteurs de production pour réaliser le niveau recherché) :

$$\begin{aligned} x_1^* = x_2^* &= q, \text{ demandes conditionnelles} \\ C(q; p_1, p_2) &= p_1 q + p_2 q = (p_1 + p_2) q. \end{aligned}$$

Nous remarquons que dans ce cas les demandes conditionnelles ne dépendent des prix des facteurs.

4.2.2 Substituts parfaits

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

Etant donnée la parfaite équivalence entre les facteurs, la firme choisira d'utiliser celui qui est le moins cher pour réaliser toute la production :

$$\left.\begin{array}{lll} \text{si} & p_1 \leq p_2, & x_1^* = q, x_2^* = 0 \\ \text{si} & p_1 \geq p_2, & x_2^* = q, x_1^* = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow C(q; p_1, p_2) = \min\{p_1, p_2\} \times q$$

Ici les demandes conditionnelles dépendent des prix de manière assez brutale (*tout ou rien*) : toute la production est réalisée avec un seul facteur (le moins cher).

4.3 Coûts à long terme et coûts à court terme

Comme nous l'avons déjà discuté, à court terme (**CT**) la firme ne peut ajuster que les facteurs variables quand elle cherche à minimiser ses coûts. Par conséquent, elle sera contrainte dans sa recherche des coûts de production les plus faibles.

Soit le facteur 2 un facteur fixe : $x_2 = \overline{x_2}$. Le problème de minimisation devient alors :

$$C_{CT}(q, \overline{x_2}) = \left\{ \begin{array}{l} \min_{x_1} p_1 x_1 + p_2 \overline{x_2} \\ \text{S.à.} \quad f(x_1, \overline{x_2}) = q \end{array} \right.$$

qui nous donne donc la fonction de coût de CT.
Les demandes conditionnelles des facteurs deviennent dans ce cas :

$$x_1^* = x_1^{CT}(q; p_1, p_2, \overline{x_2})$$
$$x_2^* = \overline{x_2}$$

et

$$C_{CT}(q, \overline{x_2}) = p_1 x_1^{CT}(q; p_1, p_2, \overline{x_2}) + p_2 \overline{x_2}.$$

A long terme (**LT**) nous avons à nouveau le problème standard avec tous les facteurs variables :

$$C(q) = \begin{cases} \min_{x_1, x_2} p_1 x_1 + p_2 x_2 \\ \text{S.à.} \quad f(x_1, x_2) = q \end{cases}$$

Les deux facteurs de productions peuvent être librement ajustés :

$$C(q) = p_1 x_1^*(q; p_1, p_2) + p_2 x_2^*(q; p_1, p_2).$$

Relation CT–LT

Soient $x_1 = x_1^*(q)$, $x_2 = x_2^*(q)$ et $C(q)$ les solutions uniques du problème de minimisation de coûts de long terme.

Soit $C_{CT}(q; \overline{x_2})$ la solution de court terme étant donné un niveau donné $\overline{x_2}$.

Que peut-on dire de $C_{CT}(q; \overline{x_2})$ si $\overline{x_2} = x_2^*(q)$, qui est la quantité optimale de facteur 2 si la firme pouvait ajuster cette quantité ?

Disposant exactement ce qu'il faut de facteur 2 pour minimiser ses coûts, la firme peut atteindre le minimum de long terme en ajustant seulement le facteur 1. Pour tout autre niveau de facteur 2 fixe ($\overline{x_2} \neq x_2^*(q)$), la firme devra supporter des coûts plus élevé :

$$\overline{x_2} \neq x_2^*(q) \Rightarrow C_{CT}(q, x_2^*(q)) = C(q),$$
$$\Leftrightarrow x_1^{CT}(q; x_2^*(q)) = x_1^*(q),$$

et

$$\forall \overline{x_2} \neq x_2^*(q) \Rightarrow C_{CT}(q, \overline{x_2}) > C(q).$$

4.4 Coûts fixes et coûts quasi–fixes

Les coûts correspondant aux facteurs dont la consommation par la firme ne dépendent pas du niveau de la production correspondent naturellement aux coûts fixes. Ces coûts correspondent à l'existence des facteurs fixes à court terme.
Exemples : le coût de construction des bâtiments, le coût d'achat des machines...

Les coûts qui ne dépendent pas du niveau de production mais qui peuvent être évités en arrêtant totalement la production sont des coûts *quasi–fixes*. Ces coûts correspondent naturellement aux facteurs quasi–fixes.
Exemples : contrats de location des bâtiments, consommation d'électricité ou de fioul...

4.5 Les courbes de coût

Nous allons maintenant introduire des outils supplémentaires pour caractériser les coûts de l'entreprise.

Ces outils nous serons d'autant plus utiles que la suite de notre analyse sera exclusivement menée en termes de coûts. Ils vont nous permettre d'évaluer le coût que l'entreprise paie en moyenne pour chaque unité produite et le coût supplémentaire que l'entreprise aura à payer si elle augmente sa production de manière marginale (*infinitésimale*).

4.5.1 Coût moyen

Le coût moyen nous donne une approximation du coût unitaire de production :

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q}. \tag{4.3}$$

D'autre part nous savons qu'à court terme la production se réalise à partir des facteurs variables et des facteurs fixes, avec les coûts correspondants. Par conséquent, nous pouvons décomposer les coûts totaux de l'entreprise de la manière suivante :

$$C(q) = \underbrace{CV(q)}_{\substack{\text{Coûts} \\ \text{variables}}} + \underbrace{F}_{\substack{\text{Coûts} \\ \text{fixes}}} \tag{4.4}$$

$$\left(= p_1 x_1^*(q) + p_2 \overline{x_2}\right)$$

Nous pouvons tenir compte de cette décomposition dans les coûts moyens :

$$\begin{aligned} CM(q) &= \frac{C(q)}{q} = \frac{CV(q)+F}{q} = \frac{CV(q)}{q} + \frac{F}{q} \\ &= CVM(q) + CFM(q) \\ \text{CM } &= \text{Coût Variable Moyen } + \text{ Coût Fixe Moyen} \end{aligned} \tag{4.5}$$

$CFM(q)$ est une fonction hyperbolique de type $1/x$. Sa courbe est décroissante et convexe.
Exemple : $F = 10$, $CFM(q) = 10/q$ (Figure 4.1)

La forme de la courbe $CVM(q)$ est un peu plus difficile à établir car elle dépendra de la croissance des coûts avec le niveau de production.

$$CVM(q) = \frac{CV(q)}{q} \tag{4.6}$$

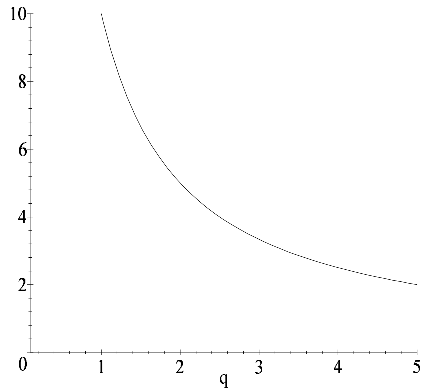


FIGURE 4.1 – Exemple de CFM

Selon la présence et l'importance des rendements d'échelle croissants, nous pouvons avoir une zone plus ou moins importante de décroissance des CVM. Mais cette décroissance sera en général suivie d'abord par une constance et ensuite par une zone de croissance. On obtient alors une courbe en $\cup$.
Exemple :
$CV(q) = q^3 - 4q^2 + 10q \Rightarrow CVM(q) = q^2 - 4q + 10$ (Figure 4.2)

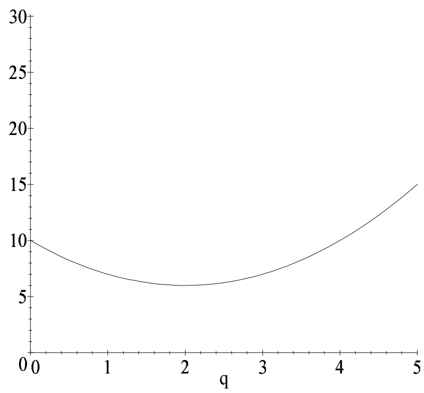


FIGURE 4.2 – Exemple de CVM

Le coût moyen s'obtient en sommant ces deux courbes (Figure 4.3) : $CM(q) = \left(q^2 - 4q + 10\right) + (10/q)$

Nous remarquons dans cet exemple que la décroissance du CFM est suffisamment forte pour dominer la croissance du CVM de manière à empêcher l'émergence de la zone de rendements d'échelle décroissants.

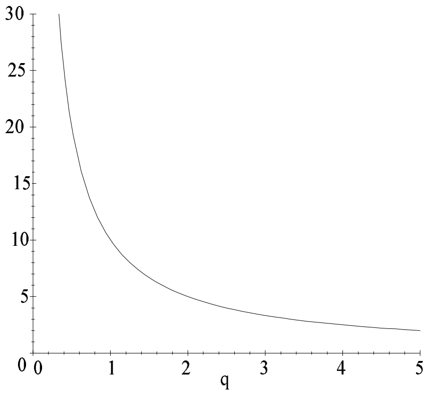


FIGURE 4.3 – $CM = CVM + CFM$

4.5.2 Coût marginal

Nous nous intéressons maintenant à la variation des coûts de la firme quand elle modifie la quantité produite. La variation des coûts sera mesurée en termes relatifs par la fonction de **coût marginal** (Cm) de la firme :

$$\begin{aligned} &\Delta q \rightarrow \Delta C(q) \\ &\Rightarrow Cm(q) = \frac{\Delta C(q)}{\Delta q} = \frac{C(q+\Delta q) - C(q)}{\Delta q} \end{aligned}$$

Naturellement :

$$\begin{aligned} \Delta C(q) &= (CV(q+\Delta q) - F) - (CV(q) - F) \\ &= \Delta CV(q) + \underbrace{\Delta F}_{=0} = \Delta CV(q) \end{aligned}$$

Ce qui nous intéresse est une évaluation de cette variation des coûts qui ne soit pas conditionnée par la variation Δq retenue. Nous alors considérer une variation très petite (infinitésimale) des quantités, de manière à obtenir une évaluation très locale de la variation relative des coûts :

$$Cm(q) = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta C(q)}{\Delta q} = \frac{dC(q)}{dq} = C'(q) \tag{4.7}$$

Certains ouvrages de microéconomie limite l'analyse à une variation discrète des quantités ; une variation d'une unité chaque fois, comme chez Varian (1994) par exemple :

$$\begin{aligned} Cm(q) &= C(q) - C(q-1) \quad \text{(chez Varian)} \\ &\text{ou} \\ &= C(q+1) - C(q) \end{aligned}$$

Cela dépend de la convention retenue dans chaque présentation. Nous retiendrons la première forme, en accord avec Hal Varian et par commodité, même si la seconde forme soit plus correcte mathématiquement.

Quelle relation pouvons-nous établir entre l'évolution du CM et celle de Cm ? Partons de la définition de CM et regardons sa variation.

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q}$$

$$\begin{aligned} CM'(q) &= \frac{d}{dq}\left(\frac{C(q)}{q}\right) \\ &= \frac{C'(q)\,q - C(q) \times 1}{q^2} \\ &= \frac{C'(q) - C(q)/q}{q} \\ &= \frac{1}{q}\left(Cm(q) - CM(q)\right) \end{aligned}$$

Donc l'évolution du CM dépend de la relation entre Cm et CM :

$$\begin{aligned} Cm(q) > CM(q) &\iff CM' > 0 \Rightarrow && \text{CM croissant} \\ Cm(q) = CM(q) &\iff CM' = 0 \Rightarrow && \text{CM constant} \\ Cm(q) < CM(q) &\iff CM' < 0 \Rightarrow && \text{CM décroissant} \end{aligned}$$

Pour reprendre le premier cas, par exemple, si la quantité supplémentaire que produit la firme coûte plus cher que ce que chaque unité déjà produite a coûté, cela va nécessairement augmenter le coût moyen de la production. En somme, tout cela est bien logique. Nous remarquons aussi que la courbe de Cm passe nécessairement par le minimum de la courbe de CM (correspondant à $CM' = 0$). Elle doit aussi passer par le minimum de la courbe de CVM puisque

$$Cm = C' = CV' \Rightarrow Cm(q) = CVM(q) \iff CVM' = 0.$$

On peut alors établir les relations représentées dans Figure 4.4 entre les différentes courbes de coût.

$$\begin{aligned} Cm'(q_A) = 0 &\Leftrightarrow CT''(q_A) = 0 : \text{point d'inflexion en A} \\ Cm(q_B) = CVM(q_B) &\Leftrightarrow CVM'(q_B) = 0 : \text{minimum du } CVM \\ Cm(q_C) = CM(q_C) &\Leftrightarrow CM'(q_C) = 0 : \text{minimum du } CM \end{aligned}$$

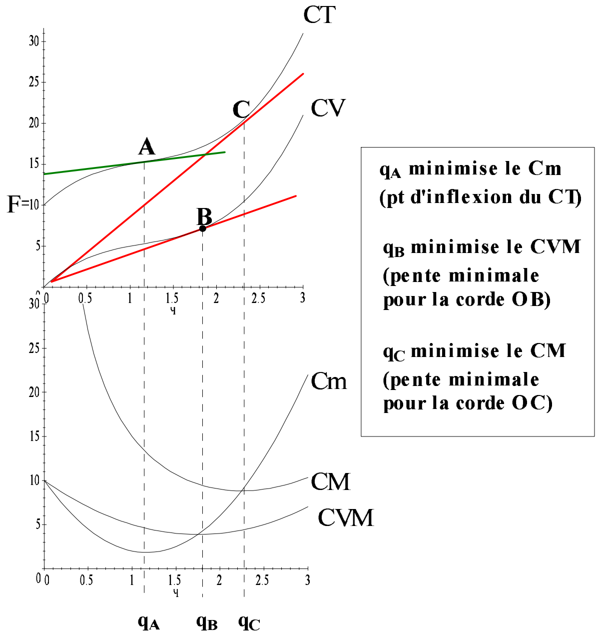


FIGURE 4.4 – Relations entre les courbes de coût

4.6 Coûts marginaux et coûts variables

Le coût marginal mesure approximativement le coût de chaque unité supplémentaire. Par conséquent, en reprenant la convention que nous avons retenue pour les variations discrètes, nous pouvons remarquer que le coût variable est en fait la somme des coûts marginaux que la firme a du payer pour atteindre le niveau de production considérée (Figure 4.5) :

$$\begin{aligned} CV(q) &= [CV(q) - CV(q-1)] \\ &\quad + [CV(q-1) - CV(q-2)] \\ &\quad + [CV(q-2) - CV(q-3)] \\ &\quad \vdots \\ &\quad + \underbrace{[CV(1) - CV(0)]}_{[CV(1)-0]} \\ &= Cm(q) + Cm(q-1) + \cdots + Cm(1) \end{aligned}$$

La surface sous la courbe de Cm jusqu'à q_0 nous donne le coût variable total correspondant au niveau q_0. Ce que nous pouvons noter en utilisant l'opérateur d'intégration :

$$CV(q_0) = \int_0^{q_0} Cm(q)\, dq \tag{4.8}$$

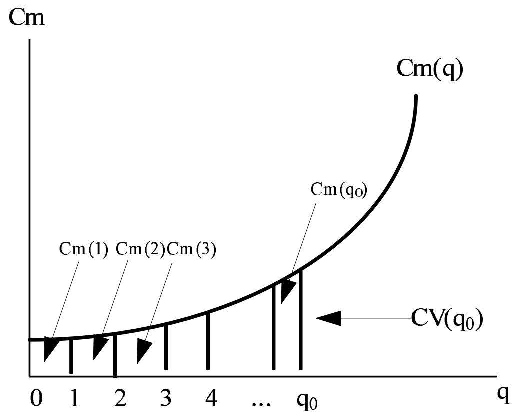


FIGURE 4.5 – Coût variable et coûts marginaux

Exemple :

$$\begin{aligned}
CT(q) &= 2q^3 - 7q^2 + 10q + 10 \\
Cm(q) &= 6q^2 - 14q + 10 \\
\int_0^{q_0} Cm(q)\, dq &= \\
&= \int_0^{q_0} \left(6q^2 - 14q + 10\right) dq \\
&= \left(2q^3 - 7q^2 + 10q\right) - 0 \\
&= CV(q_0) - CV(0) = CV(q_0)
\end{aligned}$$

4.7 Rendements d'échelle et les fonctions de coût

Rappel : les rendements d'échelle sont

croissants	si	$f(tx_1, tx_2) > t \times f(x_1, x_2)$
constants	si	$f(tx_1, tx_2) = t \times f(x_1, x_2)$
décroissants	si	$f(tx_1, tx_2) < t \times f(x_1, x_2)$
pour $\forall t > 1$.		

Quel est la conséquence des rendements d'échelle sur la forme de la fonction de coût ?

4.7.1 Rendements d'échelle constants

Soit

$$\begin{aligned} C(1; p_1, p_2) &= \text{(coût minimal pour } q = 1) \\ &\equiv p_1 x_1^* (1; p_1, p_2) + p_2 x_2^* (1; p_1, p_2) \\ &\equiv c \end{aligned}$$

Si la firme désire produire $q > 1$, avec les rendements d'échelle constants, nous devons avoir :

$$\begin{aligned} & f(x_1^*(1), x_2^*(1)) = 1 \\ & \qquad \Rightarrow f(qx_1^*(1), qx_2^*(1)) = q \times f(x_1^*(1), x_2^*(1)) = q \end{aligned}$$

Donc pour produire q, il faut utiliser $(qx_1^*(1), qx_2^*(1))$.
La fonction de coût est alors donnée par :

$$\begin{aligned} C(q) &= q \times p_1 x_1^*(1) + q \times p_2 x_2^*(1) = q \times (p_1 x_1^*(1) + p_2 x_2^*(1)) \\ &= q \times C(1; p_1, p_2) \\ &= c \times q \end{aligned}$$

Par conséquent la fonction de coût est **linéaire** par rapport à l'output (Figure 4.6).
Exemple : $C(1; p_1, p_2) = c = 10 \Rightarrow C(q) = 10q$

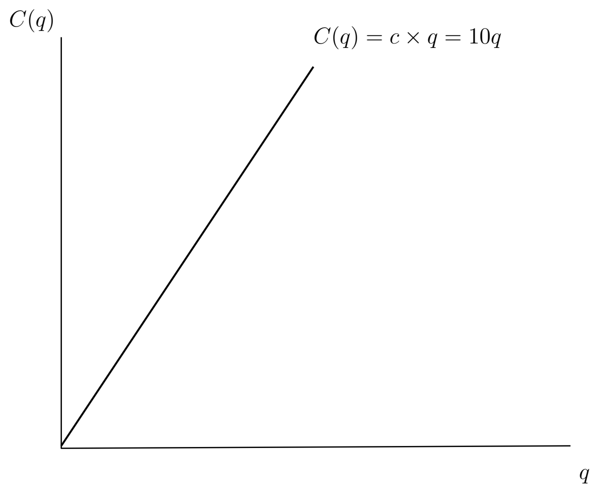


FIGURE 4.6 – Rendements d'échelle constants

4.7.2 Rendements d'échelle croissants

Dans ce cas nous aurons :

$$f\left(qx_1^*\left(1\right),qx_2^*\left(1\right)\right) > q \times f\left(x_1^*\left(1\right),x_2^*\left(1\right)\right) = q$$

Par conséquent, pour produire q, il faut multiplier la combinaison $\left(x_1^*\left(1\right),x_2^*\left(1\right)\right)$ par un facteur **inférieur** à q.

Aussi les coûts seront-ils multipliés par un facteur inférieur à q. Les coûts augmentent donc **moins que proportionnellement** à l'augmentation de l'output. Par exemple il suffira de multiplier l'échelle de production ainsi que les coûts par 1.5 pour multiplier l'output par 2 (Figure 4.7).

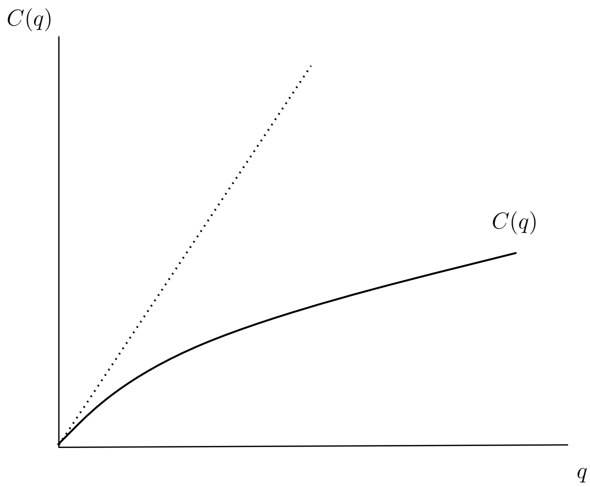


FIGURE 4.7 – Rendements d'échelle croissants

4.7.3 Rendements d'échelle décroissants

C'est le cas symétrique du précédent.

$$f\left(qx_1^*\left(1\right),qx_2^*\left(1\right)\right) < q \times f\left(x_1^*\left(1\right),x_2^*\left(1\right)\right) = q$$

Donc pour produire q il faut multiplier l'échelle de production par un facteur **supérieur à** q.

Les coûts augmenteront alors **plus que proportionnellement** à l'augmentation du niveau de la production (Figure 4.8).

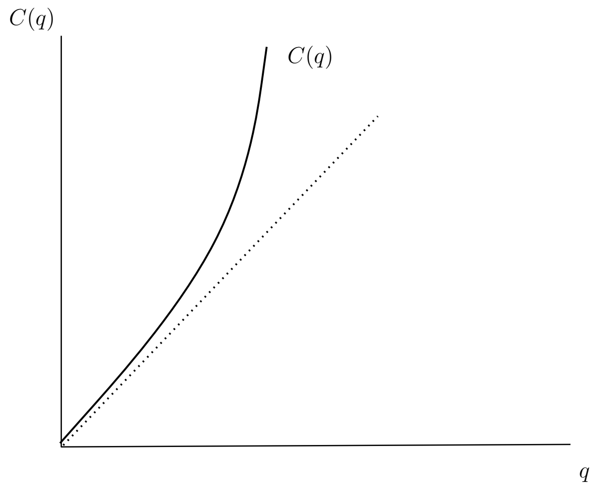


FIGURE 4.8 – Rendements d'échelle décroissants

4.7.4 Utilisation du coût moyen pour caractériser les rendements d'échelle

Le coût moyen donne l'évolution des coûts unitaires quand on modifie le niveau de production :

$$CM\left(q\right) = \frac{C\left(q\right)}{q}$$

Avec les rendements d'échelle **constants**, nous savons que :

$$C\left(q\right) = cq \Rightarrow CM\left(q\right) = \frac{cq}{q} = c$$

donc les coût moyen est **constant**. Par conséquent :

$$\frac{\partial CM\left(q\right)}{\partial q} = 0.$$

Avec les rendements d'échelle **croissants**, nous savons que les coûts augmentent **moins** que proportionnellement à l'augmentation de l'output. Par conséquent dans

$$CM\left(q\right) = \frac{C\left(q\right)}{q}$$

le numérateur augmente moins vite que le dénominateur et donc le coût moyen est **décroissant** :

$$\frac{\partial CM\left(q\right)}{\partial q} < 0.$$

Avec les rendements d'échelle **décroissants**, nous savons que les coûts augmentent **plus** que proportionnellement à l'augmentation de l'output. Par conséquent le coût moyen est **croissant** :

$$\frac{\partial CM\left(q\right)}{\partial q} > 0.$$

Souvent, pendant l'expansion de son output, la firme passe successivement à travers ces trois étapes. D'abord les rendements sont croissants, ils deviennent ensuite constants et, finalement, décroissants (Figure 4.9).

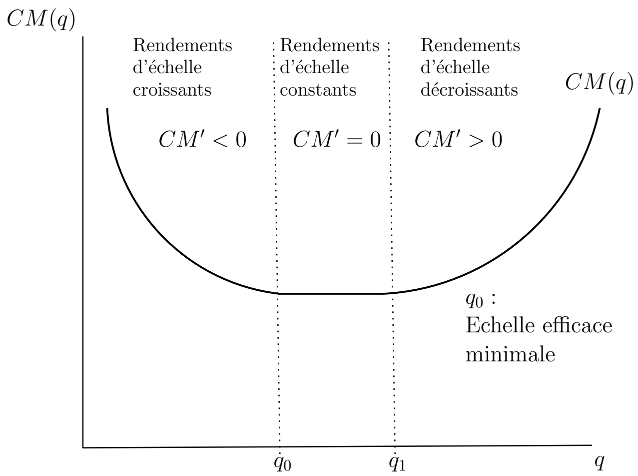


FIGURE 4.9 – Evolution des rendements d'échelle

Jusqu'à q_0 la firme a intérêt à augmenter son échelle de production car elle réduit ainsi ses coûts unitaires. Si elle veut produire plus que q_0 alors elle a intérêt à installer une seconde unité pour réaliser cette production supplémentaire. Entre q_0 et q_1 l'unité de production est utilisée à pleine capacité.

4.8 Choix de capacité de production et fonction de coût de long terme

A long terme tous les facteurs deviennent variables : il n'existe plus de coûts fixes. Par conséquent :

$$\text{A long terme : } CT(0) = CV(0) = 0$$

S'il existe des facteurs quasi-fixes alors la courbe de coût moyen aura toujours une forme en $\cup$ du fait de la décroissance des coûts quasi-fixes moyens.

Considérons que la firme ajuste ses capacités de production dans le temps, en ajustant la taille de l'entreprise. Soit k : la **taille de l'entreprise**. A court terme, k représente de manière synthétique tous les facteurs fixes. La fonction de coût de court terme est alors donnée par :

$$C_{CT}(q;k)$$

(k correspond alors à $\overline{x_2}$, ainsi qu'aux autres facteurs fixes).

Pour un niveau donné de q_0 il existe une **taille optimale** de l'entreprise qui permet de produire q_0 avec les coûts les plus faibles possibles, et donc, avec juste ce qu'il faut de facteurs fixes. Soit

$$k(q) \ \text{: la taille optimale pour } q \tag{4.9}$$

Nous savons qu'à long terme la firme utiliser exactement cette taille optimale puisqu'elle pourra ajuster l'utilisation de tous les facteurs de production :

$$\text{Coûts de long terme : } C(q) = C_{CT}(q; k(q)) \tag{4.10}$$

Analysons un peu plus en détail cette relation (court terme) / (long terme).

Soient un niveau de production q_0 et $k_0 = k(q_0)$, la taille optimale correspondant à q_0.

Nous avons alors :

- pour q_0

$$\begin{aligned} C(q_0) &= C_{CT}(q_0; k_0) \\ \frac{C(q_0)}{q_0} &\leq \frac{C_{CT}(q_0; k_0)}{q_0} \\ CM_{LT}(q_0) &\leq CM_{CT}(q_0; k_0) \end{aligned} \tag{4.11}$$

- pour $q \neq q_0$

$$\begin{aligned} C(q) &\leq C_{CT}(q; k_0) \\ \frac{C(q)}{q} &\leq \frac{C_{CT}(q; k_0)}{q} \\ CM_{LT}(q) &\leq CM_{CT}(q, k_0) \end{aligned}$$

car pour tout niveau de production $q \neq q_0$, $k(q)$ permet de faire au moins aussi bien que k_0 qui n'est optimale que pour q_0.Par conséquent, la courbe de $CM_{CT}(q, k_0)$ doit être au–dessus de $CM_{LT}(q) = CM_{CT}(q, k(q))$ pour tous les niveaux de production sauf q_0.

- pour q_0 et $k \neq k_0$:

$$\begin{aligned} C(q_0) &\leq C_{CT}(q_0; k) \\ \frac{C(q_0)}{q_0} &\leq \frac{C_{CT}(q_0; k)}{q_0} \\ CM_{LT}(q_0) &\leq CM_{CT}(q_0, k) \end{aligned}$$

De même nous pouvons calculer les tailles optimales correspondant à d'autres niveaux de production :

$$k_1 = k(q_1), \quad k_2 = k(q_2), \dots$$

qui sont les solutions du problème suivant pour chaque niveau de production q :

$$\min_k CT_{CT}(q, k) \tag{4.12}$$

4.8.1 Courbes de coûts moyens de long terme : deux cas

Petit nombre de tailles possibles

Si le choix de la taille optimale ne peut se faire totalement librement, la firme doit choisir, pour chaque niveau de production, la taille la mieux adaptée à partir d'un ensemble fini de tailles possibles :

$$k \in \{k_0, k_1, k_2\} .$$

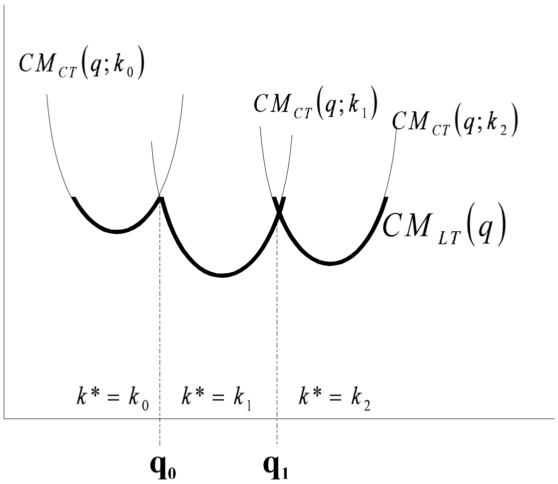


FIGURE 4.10 – Choix parmi un ensemble fini de tailles possibles

La courbe de coût moyen de long terme est donnée par la **courbe enveloppe** (Figure 4.10).

Taille parfaitement variable

Dans ce cas la firme pourra adapter la taille de manière continue, en résolvant le problème (4.12). Cela donnera alors la solution représentée dans Figure 4.11.

4.8.2 Coûts marginaux de long terme

Le coût marginal va correspondre, pour chaque niveau de production, à la fonction de coût avec la taille optimale (Figure 4.12)

$$Cm_{LT}(q) = \begin{cases} Cm_{CT}(q;k_0) & \text{si } q \leq q_0 \\ Cm_{CT}(q;k_1) & \text{si } q_0 < q \leq q_1 \\ Cm_{CT}(q;k_2) & \text{si } q > q_1 \end{cases}$$

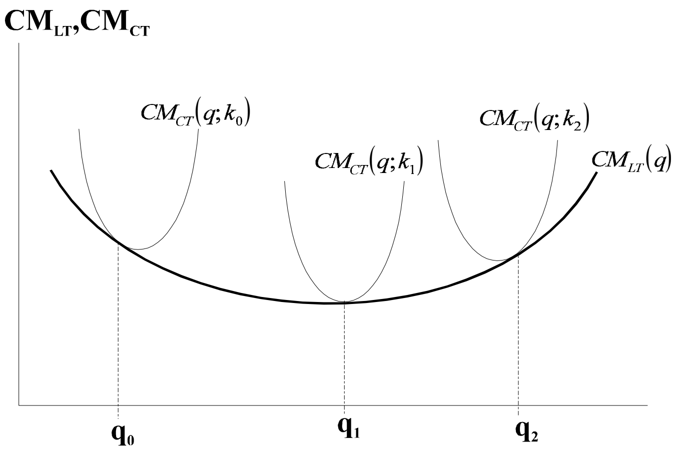


FIGURE 4.11 – Choix parmi un ensemble continu de tailles possibles

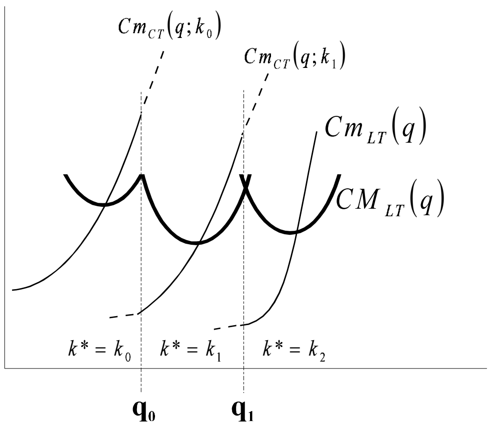


FIGURE 4.12 – Choix parmi un ensemble continu de tailles possibles

Si l'on peut ajuster librement la taille optimale :

$$Cm_{LT}(q) = Cm_{CT}(q; k(q)) . \tag{4.13}$$

Chapitre 5

Offre de la firme concurrentielle

Nous allons enfin pouvoir construire la courbe d'offre de la firme. Cette offre sera donnée par la maximisation du profit sous la contrainte technologique et donc en utilisant la fonction de coût.

5.1 Conditions du marché

De manière générale, le choix de la firme possède deux dimensions : le choix de **quantités** à vendre et du **prix** de vente. En cherchant à maximiser son profit, la firme chercherait donc à fixer des niveaux optimaux pour ces variables de manière à maximiser les recettes. Mais ce choix est sujet à 2 contraintes :

1. la contrainte technologique synthétisée dans la fonction de coût ;
2. la contrainte de marché résumée dans la fonction de demande qui s'adresse à la firme :
   - si elle est seule sur le marché, c'est la fonction de demande de marché ;
   - si elle a des concurrents, la demande qui s'adresse à elle dépend **aussi** du comportement de ces concurrents, elle doit tenir compte de ces comportements.

Dans ce chapitre nous allons nous limiter à un marché de concurrence parfaite ou le marché concurrentiel.

5.2 Concurrence Parfaite

Un marché *concurrentiel* se caractérise par un certain nombre de propriétés que nous allons discuter plus en détail dans le chapitre qui sera dédié sur le fonctionnement de ce type de marché. Nous pouvons nous contenter de préciser à ce stade qu'il s'agit d'un type de marché avec beaucoup de producteurs, de sorte que chacun ait un impact négligeable sur les variables du marché et, notamment, le prix de marché. Nous allons donc simplement retenir pour l'instant que la firme considère que sa production n'a pas d'impact sur le prix de marché. Dans ce cas elle prend le prix de marché comme une donnée et elle maximise son profit en jouant uniquement sur ses quantités. Elle va aussi considérer qu'étant donnée sa petite taille, elle pourra écouler toute sa production au prix de marché.

5.3 Décision d'offre d'une firme concurrentielle

Le profit de la firme est donnée par :

$$\Pi(q) = RT - CT = pq - C(q).$$

Le programme de la firme concurrentielle :

$$\begin{aligned}
&\max_q \{pq - C(q)\} \\
&\Rightarrow \frac{d\Pi}{dq} = 0 \\
&\Leftrightarrow \frac{d(pq)}{dq} - \frac{dC(q)}{dq} = Rm - Cm = 0 \\
&\Leftrightarrow p - Cm(q^*) = 0 \\
&\Leftrightarrow \boxed{Cm(q^*) = p} \qquad (5.1) \\
&\Leftrightarrow q^*(p) = Cm^{-1}(p) \qquad (5.2)
\end{aligned}$$

Note : $f(x) = y \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$

$q^*(p)$ est donc la **fonction d'offre** concurrentielle de la firme et elle indique le niveau de production qu'elle est prête à proposer sur le marché pour chaque niveau de prix (Figure 5.1).

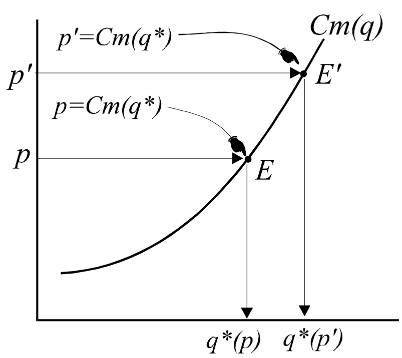


FIGURE 5.1 – Offre d'une firme concurrentielle

Remarquons au passage que le maximum de profit ne sera effectivement atteint que pour des quantités qui annulent la dérivée première du profit car sinon :

$$\frac{d\Pi}{dq} > 0 \ [\Leftrightarrow p > Cm\,(q^*)] \Rightarrow \Pi \nearrow \text{ si } q \nearrow$$
$$\frac{d\Pi}{dq} < 0 \ [\Leftrightarrow p < Cm\,(q^*)] \Rightarrow \Pi \nearrow \text{ si } q \searrow$$

donc on pourrait augmenter le profit à partir de q^*.

5.4 Une première restriction

L'offre de la firme suit la courbe de Cm mais uniquement dans la partie croissante de celle-ci. Les quantités appartenant à la partie décroissante ne peuvent conduire à un profit maximal (Figure 5.2).

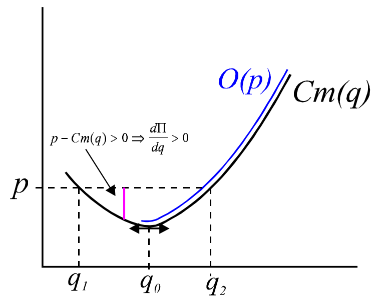


FIGURE 5.2 – Une première restriction de la définition de l'offre

5.5 Une seconde restriction

Si les coûts fixes de la firme sont F, firme obtient le profit suivant si elle ne produit rien :

$$\Pi\,(0) = p \times 0 - CV\,(0) - F = -F$$

Cela implique que la firme ne peut récupérer ces coûts en arrêtant de produire, cela en accord avec notre définition des coûts fixes (voir paragraphe 4.4). On parle aussi parfois de coûts **irrécouvrables** ou **irrécupérables** dans ce cas.

Soit q^* tel que $Cm(q^*) = p$. Si le prix ne lui permet pas d'obtenir un profit suffisamment élevé, la firme peut quand même préférer de ne rien produire $(q = 0)$:

$$\begin{aligned} \Pi\,(q^*) < \Pi\,(0) &\Leftrightarrow pq^* - CV\,(q^*) - F < -F \\ &\Leftrightarrow pq^* < CV\,(q^*) \\ &\Leftrightarrow p < \frac{CV\,(q^*)}{q^*} = CVM\,(q^*) \end{aligned} \tag{5.3}$$

Dans ce cas q^* implique des pertes plus importantes que les coûts fixes. Par conséquent (Figure 5.3) :

$$O(p) = \begin{array}{cc} Cm^{-1}(p) & \text{si } p > CVM(O(p)) \\ 0 & \text{sinon.} \end{array} \tag{5.4}$$

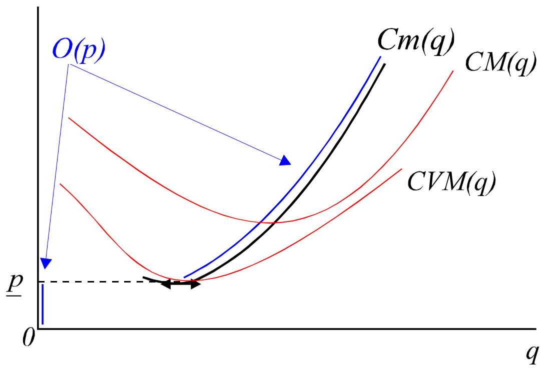


FIGURE 5.3 – Une seconde restriction de la définition de l'offre

Si nous définissons un prix seuil

$$\underline{p} = min_q CVM(q)$$

Alors la firme suivra sa courbe d'offre pour tout prix $p > \underline{p}$. Ce prix seuil est parfois appelé le **seuil de fermeture**. Parfois, le minimum du coût moyen est aussi appelé le **seuil de rentabilité** puisque la firme commence à faire des profits positifs à partir de ce prix (quand les prix deviennent plus élevés que ce prix).

5.6 Profit et surplus du producteur

Une fois que la quantité optimale de la firme est déterminée, nous pouvons caractériser ce que gagne la firme en produisant sur le marché concurrentiel. Soit

$$q^* \text{ tel que } Cm(q^*) = p$$

Recettes totales correspondants de la firme sont :

$$RT = pq^*$$

Et les coûts totaux :

$$CT = \frac{C(q^*)}{q^*} q^* = CM(q^*) q^*$$

Nous pouvons alors calculer le profit de la firme de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\Pi\left(q^*\right) &= RT - CT \\ &= pq^* - CM\left(q^*\right)q^* \\ &= \underbrace{\left(p - CM\left(q^*\right)\right)}_{\substack{\text{marge} \\ \text{unitaire}}} q^*\end{aligned}$$

Il est alors possible de représenter graphiquement ce profit (Figure 5.4).

$$\begin{aligned}\Pi &= RT - CT \\ &= Surface\left[OpEq^*\right] - Surface\left[OCM\left(q^*\right)Aq^*\right] \\ &= Surface\left[CM\left(q^*\right)pEA\right]\end{aligned}$$

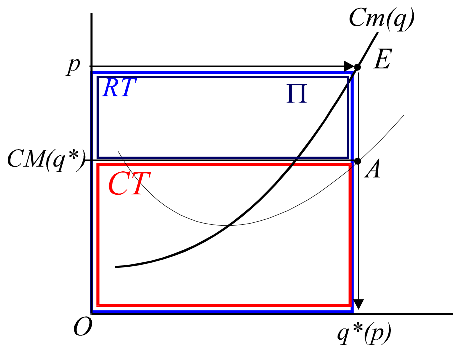


FIGURE 5.4 – Profit de la firme concurrentielle

Le surplus du producteur est simplement égal au profit brut de la firme :

$$\begin{aligned}S^p &= \Pi^* + F = \left(RT - \left(CV + F\right)\right) + F \\ &= RT - CV \qquad (5.5) \\ &= pq^* - \frac{CV\left(q^*\right)}{q^*}q^* \\ &= pq^* - CVM\left(q^*\right)q^* \\ &= \left(p - CVM\left(q^*\right)\right)q^* \qquad (5.6)\end{aligned}$$

Il est possible de procéder de trois manières différentes pour représenter ce surplus. La méthode à retenir dépend des données du problèmes et on adopte en générale celle qui permet de conclure clairement à l'augmentation ou à la baisse de ce surplus entre deux situations qu'on compare.

5.6.1 Représentation du surplus avec la courbe de coût variable moyen

Cette représentation est la transposition directe de celle utilisée pour le profit, en remplaçant le coût moyen par le coût variable moyen (Figure 5.5), puisque

$$S^P = RT - CV = (p - CVM)\, q$$

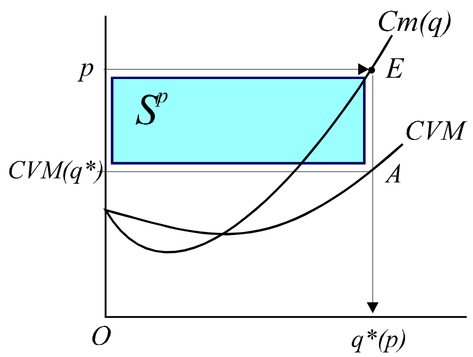


FIGURE 5.5 – Coût variable moyen et le surplus de la firme

$$\begin{aligned} S^p &= (p - CVM\,(q^*))\, q^* \\ &= Surface\,[CVM\,(q^*)\, pEA] \end{aligned}$$

5.6.2 Représentation du surplus avec la courbe de coût marginal

Il est aussi possible de se rappeler que le coût variable correspond aussi à la somme des coûts marginaux (Figure 5.6) :

$$\begin{aligned} S^p &= pq^* - CV\,(q^*) \\ &= pq^* - \int_0^{q^*} Cm\,(q)\, dq \\ &= \int_0^{q^*} (p - Cm\,(q))\, dq \\ &= Surface\,[BpEA] \end{aligned}$$

5.6.3 Représentation du surplus en combinant CVM et Cm

Cette approche permet d'évacuer des problèmes d'intégration qu'on peut rencontrer parfois proche de l'origine ($q = 0$).

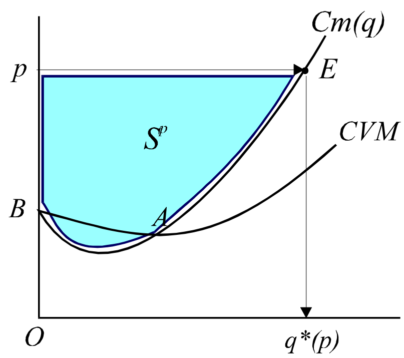


FIGURE 5.6 – Coût variable moyen et le surplus de la firme

On utilise alors CVM jusqu'au point A correspondant à l'échelle efficace en termes de coûts variables, et la courbe de Cm entre le point $A \ \ (= (q_0, CVM(q_0)))$ et le point $E \ \ (= (q^*, Cm(q^*)))$:

$$\begin{aligned}
\text{Si } q_1 \leq q_0 \ &: \ S^p = (p - CVM(q_1))\, q_1, \\
\text{Si } q_1 > q_0 \ &: \ S^p = p\,(q_1 - q_0) - \int_{q_0}^{q_1} Cm(q)\, dq \\
&\qquad = Surface\,[BpEA] \ \ (\text{ pour } q_1 = q^*) \\
avec \quad & B = CVM(q_0)
\end{aligned}$$

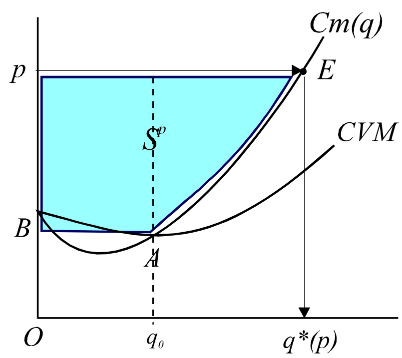


FIGURE 5.7 – CVM, Cm et le surplus de la firme

5.6.4 Statique comparative

Nous pouvons étudier l'impact d'une variation de prix de marché sur le bien-être de la firme concurrentielle. Cet exercice de statique comparative revient alors à étudier la variation du surplus du producteur.

Quand le prix se modifie (Figure 5.8) :

$$\begin{aligned} p &\to p' > p \\ q^*(p) &\to q^*(p') > q^*(p) \\ S^p &\to S^{p'} > S^p \\ &\Rightarrow \Delta S^p = Surface\left[pp'EA\right] > 0 \end{aligned}$$

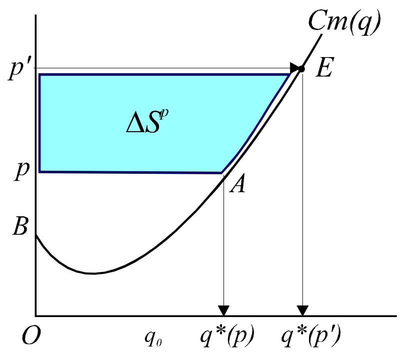


FIGURE 5.8 – Variation du surplus de la firme

De plus :

$$\Delta S^p = \Delta\Pi$$

car F apparaît des deux côtés.

5.7 La courbe d'offre à long terme

Pour terminer la présentation du comportement du producteur, revenons une dernière fois sur la distinction entre le court terme et le long terme pour étudier les conséquences de cette distinctions sur la fonction d'offre de la firme. L'offre de long terme correspond à la production optimale quand la firme peut ajuster tous les facteurs de production :

$$q^* = \arg\max_q \Pi_{LT}(q)$$

avec :

$$\Pi_{LT}(q) = pq - CT_{LT}(q)$$

Solution : $q^*(p) =$ offre de long terme, déduite alors de la courbe de coût marginal de long terme :

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_{LT}}{dq}(q^*) &= 0 \\ &\Leftrightarrow p = Cm_{LT}(q^*) \\ &\Leftrightarrow p = Cm_{CT}(q^*, k(q^*)) \end{aligned}$$

A court terme, pour une taille donnée, k, nous avons :

$$\max_{q} \Pi_{CT}(q,k) \Leftrightarrow p = Cm_{CT}(q^*, k)$$

Conséquence : à long terme, un meilleur ajustement de l'offre aux variations des prix est possible, car le firme va pouvoir réagir avec toute sa liberté. Nous aurons alors une offre plus sensible aux variations de prix à long terme : à long terme, l'offre de la firme est nécessairement plus élastique qu'à court terme.

Soit q^* et k^* tels que :

$$k^* = k(q^*), \quad q^* = q^*(p;k^*)$$

et une variation du prix : $p \to p' > p$.

Dans ce cas l'ajustement de l'offre sera plus forte si la firme peut ajuster tous les facteurs de production – si la firme est à long terme (Figure 5.9) :

$$\Delta p \Rightarrow \Delta_{LT}q^* = \Delta q^*(k(q)) > \Delta q^*(k^*) = \Delta_{CT}q^* > 0$$
$$\frac{\Delta_{LT}q^*}{\Delta p} > \frac{\Delta_{CT}q^*}{\Delta p},$$

la pente de l'offre est plus forte (*plus faible*) par rapport au prix (*à la quantité*) :

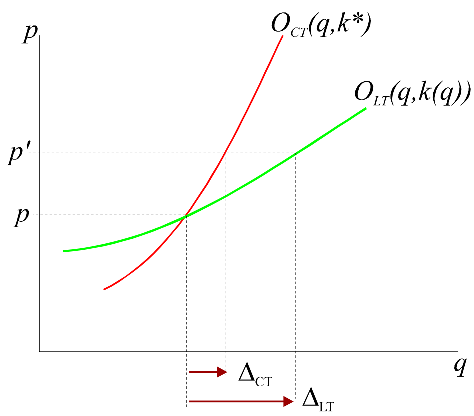


FIGURE 5.9 – Offre CT, offre LT

De plus, à long terme, la firme a la possibilité de quitter le marché sans avoir à payer les coûts fixes (puisque tous les facteurs sont variables). Elle cessera donc de produire si :

$$\Pi(q^*) < 0 = \Pi(0) \Leftrightarrow pq^* < C(q^*)$$
$$\Leftrightarrow p < \frac{C(q^*)}{q^*} = CM_{LT}(q^*)$$

Sa décision de production est alors basée sur le seuil de rentabilité.

5.7.1 Offre de long terme avec rendements d'échelle constants

Si nous avons des rendements d'échelle constants à long terme alors nous devons avoir :

$$\forall q,\ CM_{LT}(q) = Cm_{LT}(q) = c$$
$$\Pi(q) = pq - cq = (p-c)\,q$$
$$\Pi' = p - c$$

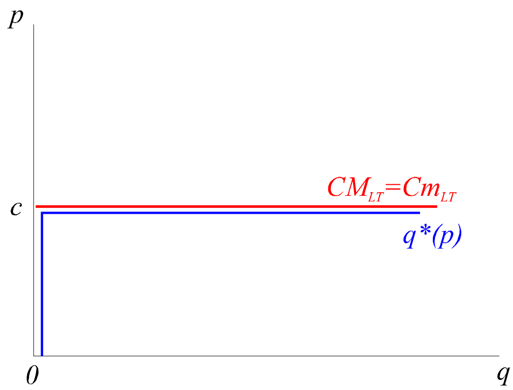


FIGURE 5.10 – Rendements d'échelle constants et l'offre de LT

Offre est alors donnée par (Figure 5.10) :

$$\begin{cases} p < c \Rightarrow \Pi^* < 0,\ \forall q \Rightarrow q^*(p) = 0 \\ p > c \Rightarrow \Pi^* > 0 \nearrow \text{ si } q \nearrow \Rightarrow q^*(p) = +\infty \\ p = c \Rightarrow \Pi^* = 0,\ \forall q \Rightarrow q^*(p) \in [0, \infty) \end{cases}$$

$$CM_{CT}(q^*; k^*) = CM_{CT}(2q^*; 2k^*) = CM_{LT} = c$$

Il existe donc des niveaux de production pour lesquels les rendements d'échelle sont constants (Figure 5.11).

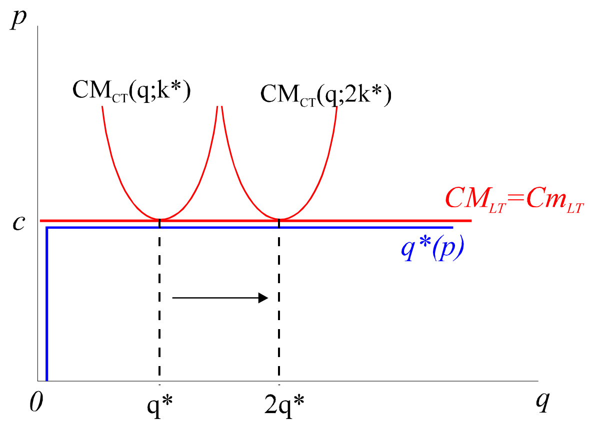


FIGURE 5.11 – Rendements d'échelle constants et l'offre de LT

Deuxième partie

Consommation de biens

Le consommateur de la théorie microéconomique néo-classique est aussi rationnel et il cherche à atteindre le panier *optimal* de consommation, étant donné le budget dont il dispose et les prix des biens sur les marchés. Parmi l'ensemble des *paniers* de consommations qu'il peut acquérir, le consommateur va choisir celui qu'il considère comme étant *le meilleur* pour lui. Son problème est en somme très similaire à celui du producteur qui cherche à minimiser ces coûts sous la contrainte technologique. Nous allons d'abord déterminer les paniers qu'il a la possibilité d'acquérir. Il s'agira de ceux qui sont compatibles avec sa contrainte de budget. Ensuite, nous introduirons la représentation des goûts du consommateur. Cela va nous permettre de déterminer la manière dont il classe tous les paniers disponibles du point de vue de ses goûts. On étudiera alors le choix du panier optimal sous la contrainte de budget. Cela va nous permettre de déterminer la demande de biens que le consommateur exprimera sur les différents marchés, pour les différents niveaux de prix de ces biens.

Chapitre 6

Représentation des contraintes budgétaires

Dans ce chapitre nous allons caractériser les paniers que le consommateur peut acquérir, étant donnés les prix de marché et son budget.

6.1 La contrainte de budget

Prenons à nouveau le cas simple de deux biens de consommation : x_1 et x_2. Leur prix sont respectivement p_1 et p_2. Le revenu du consommateur est m.

Si le consommateur achète le panier $X = (x_1, x_2)$, nous pouvons facilement calculer les dépenses correspondantes :

$$\begin{aligned} p_1x_1 &: \text{ dépenses en bien 1} \\ + & \\ p_2x_2 &: \text{ dépenses en bien 2} \\ = & \\ p_1x_1 + p_2x_2 \leq m &: \textbf{ Contrainte budgétaire} \end{aligned}$$

Tous les paniers vérifiant cette contrainte forment l'**ensemble de budget** du consommateur.

6.2 Propriétés de l'ensemble de budget

Comme l'utilité du consommateur va en général être croissante avec la consommation des biens, il aura tendance à dépenser la totalité de son revenu en consommation de biens dans ce monde statique où l'épargne ne sert à rien. On s'intéresse par conséquent souvent à la frontière de l'ensemble de budget :

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m : \text{la droite de budget} \tag{6.1}$$

Exemple : $p_1 = 1, p_2 = 2, m = 100$

Contrainte de budget (Figure 6.1). :

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 100 \\ \Leftrightarrow x_2 &= \frac{100}{2} - \frac{1}{2}x_1 \\ &= 50 - \frac{1}{2}x_1 \end{aligned}$$

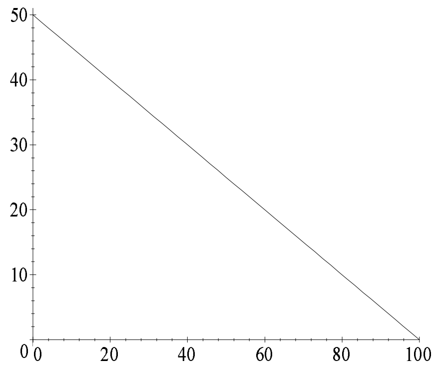


FIGURE 6.1 – Exemple numérique de contrainte de budget

Donc la contrainte de budget peut s'écrire (Figure 6.2) :

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \underbrace{\frac{p_1}{p_2}}_{|pente|} x_1$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} \text{ : tout le revenu consacré à 2} \longrightarrow A$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{m}{p_1} \text{ : tout le revenu consacré à 1} \longrightarrow B$$

$$|\text{La pente}| : \frac{p_1}{p_2}$$

nous donne le nombre d'unités de bien 2 que le consommateur peut acheter en vendant une unité de bien 1.

S'il économise une unité de 1, il économise une somme p_1. S'il consacre cette somme à l'achat de bien 2

$$x_2 \text{ tel que } p_2x_2 = p_1 \Leftrightarrow x_2 = \frac{p_1}{p_2}.$$

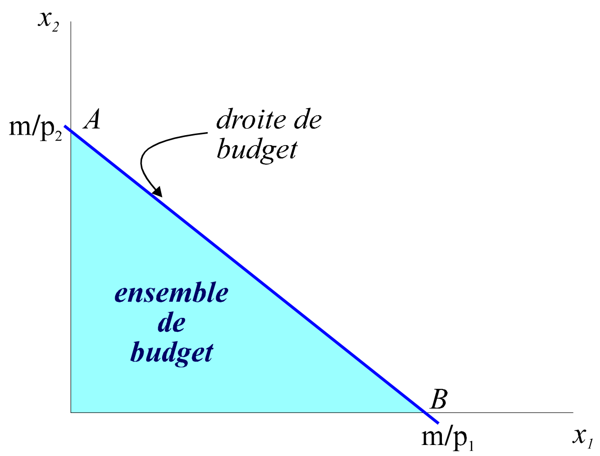


FIGURE 6.2 – Droite de budget du consommateur

C'est donc la valeur d'une unité de bien 1 en termes d'unités de bien 2.
Exemple : $p_1 = 5, p_2 = 1 \Rightarrow p_1/p_2 = 5$: une unité de 1 vaut 5 unités de 2 du point de vue du marché.

C'est donc la **valeur relative** du bien 1 par rapport au bien 2, mais du point de vue du marché (c'est un **prix relatif**).

Si le consommateur veut consommer une unité de bien 1 en plus sans dépenser plus, il doit diminuer sa consommation du bien 2 de p_1/p_2 unités. Pour une unité de 1 en plus, le consommateur doit consommer 5 unités de 2 en moins.

De manière générale, partons d'un panier initial :

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \tag{6.2}$$

et augmentons la consommation de 1 de $\Delta x_1 > 0$.

Si nous voulons garder la même dépense, nous devons faire varier x_2 de Δx_2 :

$$\begin{aligned} &= p_1(x_1 + \Delta x_1) + p_2x_2 > m \\ \Rightarrow & p_1(x_1 + \Delta x_1) + p_2\left(x_2 + \underbrace{\Delta x_2}_{<0}\right) = m \end{aligned} \tag{6.3}$$

$$\begin{aligned} (6.3) - (6.2) &= p_1\Delta x_1 + p_2\Delta x_2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2}\Delta x_1 = -\Delta x_2 > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} > 0, \end{aligned}$$

C'est la quantité de bien 2 qu'on doit consommer en moins pour garder le **même niveau de dépense** avec une unité de bien 1 supplémentaire.

6.3 Statique comparative de la droite de budget

Nous allons considérer l'effet sur la forme de la contrainte de budget d'une augmentation du revenu et la modification des prix.

6.3.1 Augmentation de revenu

Considérons que le budget augmente : $m \to m' > m$
La droite de budget devient :

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \to p_1x_1 + p_2x_2 = m' > m$$

La pente n'a donc pas été modifiée mais les ordonnées à l'origine augmentent :

$$\left(\frac{m}{p_1}, \frac{m}{p_2}\right) \to \left(\frac{m'}{p_1} > \frac{m}{p_1}, \frac{m'}{p_2} > \frac{m}{p_2}\right)$$

Cela correspond donc à un déplacement parallèle de la droite de budget vers le haut (Figure 6.3).

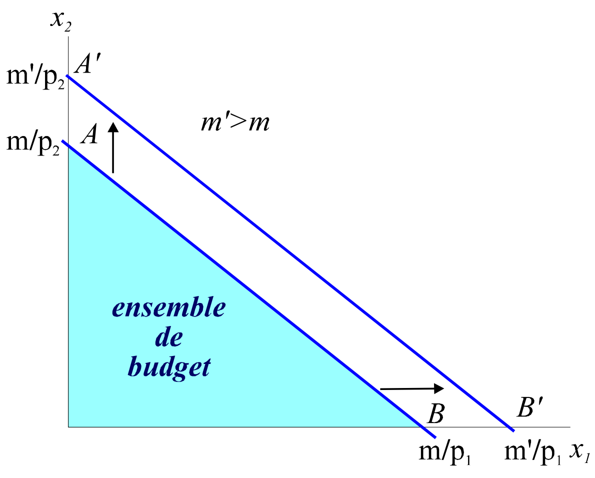


FIGURE 6.3 – Effet d'une augmentation du revenu

6.3.2 Augmentation du prix du bien 1

De manière similaire, considérons maintenant une augmentation de prix : $p_1 \rightarrow p_1' > p_1$

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \rightarrow p_1'x_1 + p_2x_2 = m$$
$$\Rightarrow \left(\frac{m}{p_1}, \frac{m}{p_2}\right) \rightarrow \left(\frac{m}{p_1'} < \frac{m}{p_1}, \frac{m}{p_2}\right)$$
$$|\text{pente}| : \frac{p_1}{p_2} \rightarrow \frac{p_1'}{p_2} > \frac{p_1}{p_2}$$

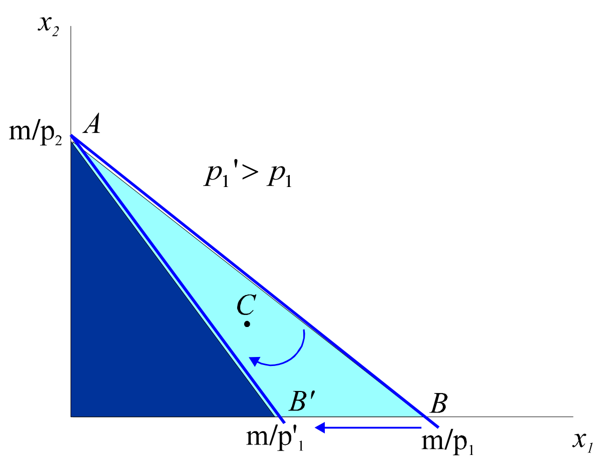


FIGURE 6.4 – Effet d'une augmentation du prix du bien 1

Le point C n'est plus accessible pour le consommateur(Figure 6.4).

6.3.3 Multiplication par un facteur t de toutes les variables monétaires

$$\left.\begin{array}{l} p_1 \rightarrow tp_1 \\ p_2 \rightarrow tp_2 \\ m \rightarrow tm \end{array}\right\} \Rightarrow p_1x_1 + p_2x_2 = m \rightarrow \left\{\begin{array}{l} p_1tx_1 + p_2tx_2 = tm \\ \Leftrightarrow t\,(p_1x_1 + p_2x_2) = tm \\ \Leftrightarrow p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{array}\right.$$

La contrainte de budget du consommateur ne se modifie pas dans ce cas. On parle alors d'**absence d'illusion monétaire**. Le consommateur est capable de se rendre compte que son pouvoir d'achat ne s'est pas modifié malgré le changement des prix et de son revenu.

6.4 Le numéraire

Trois paramètres déterminent la relation entre x_1 et x_2 dans la contrainte budgétaire : p_1, p_2, m.

Un de ces paramètres est redondant et on pourrait normaliser la contrainte budgétaire de manière à avoir une valeur 1 pour une de ces variables. On appelle alors cette variable le **numéraire.** Le bien dont le prix est utilisé comme numéraire est le **bien numéraire**. Les autres prix sont alors exprimés en fonction du prix initial du bien numéraire :

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{p_1}{m}x_1 + \dfrac{p_2}{m}x_2 = 1 \\ \text{ou } \dfrac{p_1}{p_2}x_1 + 1 \times x_2 = \dfrac{m}{p_2} \\ \text{ou } 1 \times x_1 + \dfrac{p_2}{p_1}x_2 = \dfrac{m}{p_1} \end{cases}$$

Dans le premier cas le numéraire est le revenu. Dans le second cas le bien 2 est le bien numéraire. Dans le troisième cas le bien 1 est le bien numéraire.

Chapitre 7

Représentation des préférences du consommateur

Nous allons maintenant étudier la représentation des goûts du consommateur. Quand on lui présente plusieurs paniers de bien, le consommateur pourra les classer, du point de vue de ses goûts, du plus préféré au moins préféré. Ce classement va guider les choix du consommateur.

Dans le cadre que nous avons adopté, deux biens sont considérés comme étant distincts dès qu'ils diffèrent du point de vue

- de leur caractéristiques physiques : le beurre est différent de la margarine ;
- de lieu de disponibilité : un baril de pétrole disponible aujourd'hui à Marseille est différent d'un baril disponible aujourd'hui à Bagdad ;
- de leur date de disponibilité : un baril de pétrole disponible aujourd'hui à Marseille est différent d'un baril qui sera disponible à Marseille dans 100 ans ;
- des circonstances sous lesquels ils sont disponibles : le pétrole disponible en temps de paix est bien différent du pétrole disponible en temps de guerre (cela va de paire en général bien sûr avec une modification de lieu et/ou de date).

A ces différents biens le consommateur va donc accorder une valeur plus ou moins importante (voir le dernier exemple).

Nous allons de nouveau nous limiter à deux biens. Un panier de consommation est donné par un point de l'orthant positif :

$$X = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2$$

7.1 Les préférences du consommateur

Les goûts du consommateur impliquent les *préférences* qu'il aura entre des paniers de consommation. On va alors représenter ces goûts par une relation de préférence établies sur l'ensemble des paniers.

Soient deux paniers X et Y . Le consommateur doit pouvoir les classer du point de vue de la *satisfaction* qu'ils lui procurent :

$X \succ Y$: il *préfère strictement* X à Y . Entre les deux paniers, il choisira nécessairement X.

$Y \succ X$: il *préfère strictement* Y à X . Entre les deux paniers, il choisira nécessairement Y.

$X \sim Y$: il est *indifférent* entre les deux paniers. Les deux paniers sont équivalents pour lui.

$X \succsim Y$: il *préfère faiblement* X à Y.

Implications logiques entre ces cas :

- Si $X \succsim Y$ **et** $Y \succsim X \Rightarrow X \sim Y$: Si parfois il dit préférer faiblement X à Y et parfois Y à X alors il est en fait indifférent entre les deux paniers.
- Si $X \succsim Y$ mais **non** $X \sim Y \Rightarrow X \succ Y$: S'il dit préférer faiblement X à Y mais il est sûr de ne pas être indifférent entre les deux paniers alors il préfère en fait strictement X à Y.

7.2 Hypothèses sur les préférences

Les préférences doivent vérifier un certain nombre de propriétés pour refléter des choix relativement bien structurés. Il s'agit d'hypothèses en vue de refléter la **cohérence** supposée du comportement du consommateur.

Axiomes du comportement du consommateur :

a) La relation de préférence est une relation **complète** :

$$\forall X, Y, \text{ on a soit } X \succsim Y, \text{ soit } Y \succsim X, \text{ soit } X \sim Y$$

le consommateur est capable de clairement classer n'importe quel deux paniers qu'on lui propose.

b) La relation de préférence est **réflexive** :

$$X \succsim X \text{ car } X \sim X$$

quand on lui présente deux fois le même panier, le consommateur est parfaitement capable de d'en rendre compte.

c) La relation de préférence est **transitive** :

$$X \succsim Y \text{ et } Y \succsim Z \Rightarrow X \succsim Z$$

les préférences sont suffisamment cohérentes.

Ces trois axiomes limitent notre analyse à celle des comportements avec au moins un minimum de rationalité. C'est seulement dans ce cas que nous pouvons avoir une représentation analytique des choix des agents. Ces axiomes sont justifiées pour des comportements purement économiques (où un comportement calculateur est aisé à observer) mais elles ne sont naturellement pas adaptées pour des choix affectant d'autres sphères de la vie d'un individu, d'autres sphères où le comportement est plus souvent *guidé* par des passions par exemple. Depuis des travaux de Simon sur la rationalité procédurale et les études d'économie expérimentale, les économistes cherchent à relâcher les contraintes de cette approche. Le cadre de la rationalité substantive reste encore un cadre de référence fort en microéconomie par la structuration qu'il apporte aux problèmes étudiés. Il est néanmoins possible aujourd'hui de modéliser les phénomènes économiques sans des hypothèses aussi fortes sur la rationalité des agents (tout en tenant compte bien sûr de l'intentionnalité de leurs choix). Dans le cadre de cet ouvrage d'introduction on se limitera souvent au cadre de la rationalité substantive.

Nous allons maintenant introduire des concepts visant à préciser et faciliter la représentation des préférences du consommateur.

7.3 Les courbes d'indifférence

Les courbes d'indifférences permettent une représentation graphique des préférences, similaire aux isoquantes du producteur.

Soit un panier X. Considérons tous les paniers qui sont équivalents au panier X pour le consommateur :

$$I_X = \{\forall Y \in \mathbb{R}^2_+ \mid Y \sim X\}$$

Le lieu géométrique de I_X est une **courbe d'indifférence** du consommateur (Figure 7.1).

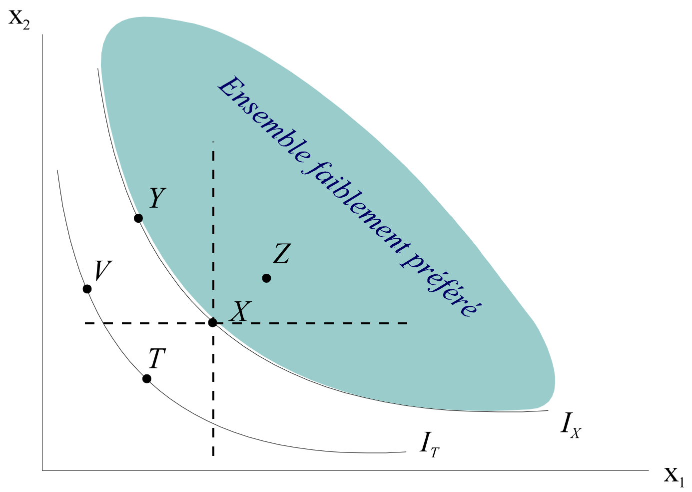


FIGURE 7.1 – Courbes d'indifférence

$$X \sim Y,\ Z \succsim X \Rightarrow Z \succsim Y,$$
$$Y \sim X \succsim T \sim V \Rightarrow Y \succsim T \text{ et } Y \succsim V$$

Propriété : *Les courbes d'indifférence correspondant à des niveaux différents de satisfaction ne peuvent se couper (Figure 7.2).*

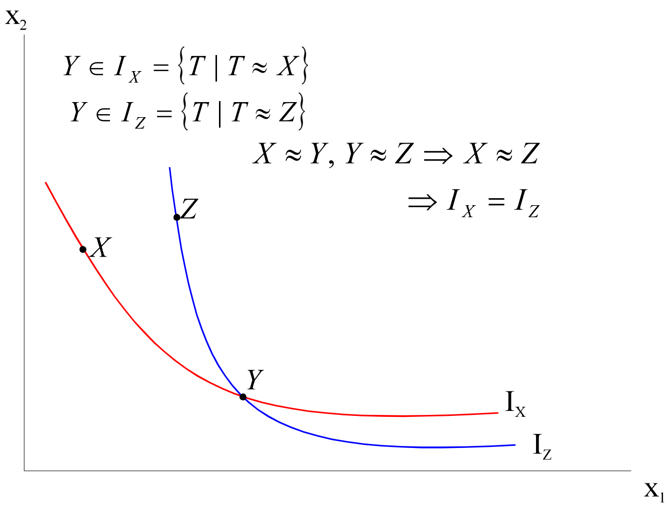


FIGURE 7.2 – Intersection des courbes d'indifférence

7.4 Exemples de préférences

Nous allons considérer cinq cas particuliers qui correspondent à des relations particulières qu'établit les préférences du consommateur entre les biens.

7.4.1 Substituts parfaits

Dans ce cas, les deux biens sont parfaitement équivalents pour le consommateur. Ce qui compte pour lui est donc la quantité totale contenue dans le panier :

$$\text{Si } X = (10, 10) \text{ et } Y = (15, 15),$$
$$I_X = \{(x_1, x_2) \mid x_1 + x_2 = 20\},$$
$$I_Y = \{(x_1, x_2) \mid x_1 + x_2 = 30\}$$

Nous représentons dans Figure 7.3, les courbes correspondant à $x_1 + x_2 = 20$ et $x_1 + x_2 = 30$.

7.4.2 Un bien "indésirable"

Exemple : la pollution (bien 2) qu'on doit *consommer* si l'on veut consommer un bien industriel (bien 1).

$$\Delta x_2 > 0,$$
$$(x_1, x_2) \sim (x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$$
$$\Rightarrow \Delta x_1 > 0$$

courbes d'indifférence croissantes (Figure 7.4).

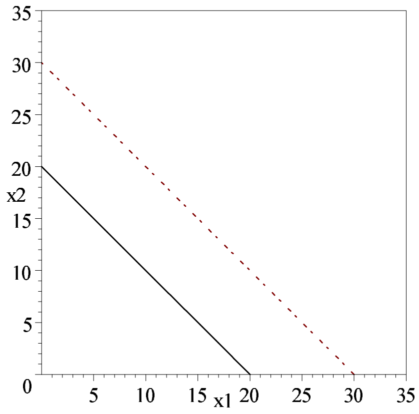


FIGURE 7.3 – Substituts parfaits

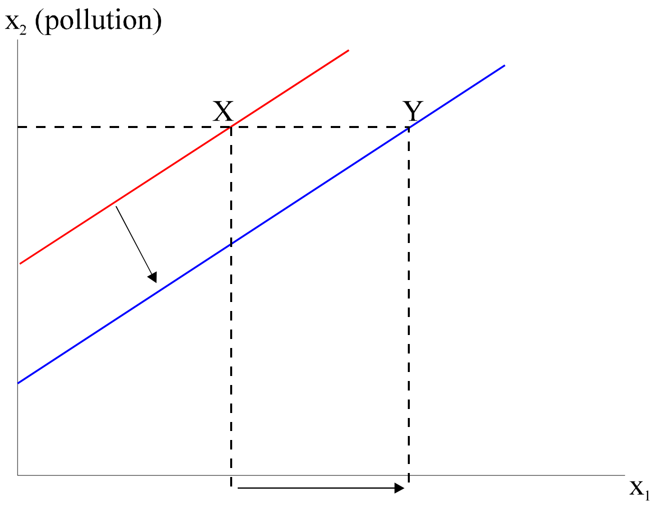


FIGURE 7.4 – Un bien indésirable : la pollution

$$Y \succsim X$$

7.4.3 Un bien "neutre"

Soit le bien 2, un bien qui n'influence pas la satisfaction du consommateur. L'important pour le consommateur est la quantité de bien 1 contenu dans chaque panier (Figure 7.5) :

$$\begin{aligned} \text{Si } X = (10, 20)\,,\ Y = (15, 20)\,, \\ I_X = \{(x_1, x_2) \mid x_1 = 10\}\,, \\ I_Y = \{(x_1, x_2) \mid x_1 = 15\}\,. \end{aligned}$$

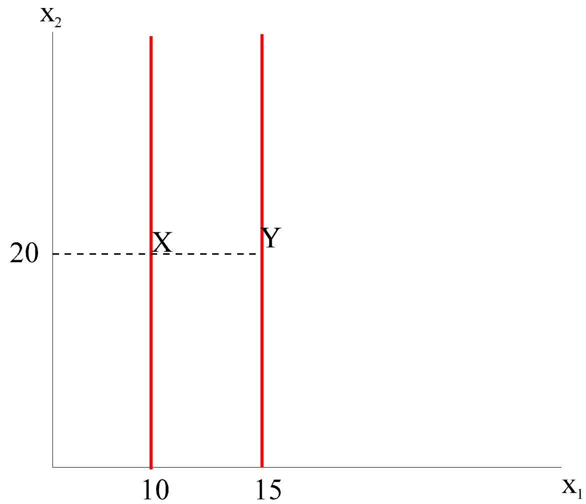


FIGURE 7.5 – Le bien 2 est neutre

7.4.4 Saturation

Dans ce cas, il existe un panier (X) préféré à tous les autres.

Plus le consommateur est proche de ce panier, plus grande est sa satisfaction. C'est la distance par rapport à X qui permet de comparer les différents paniers.

On appelle ce panier X le *point idéal* ou le *point de saturation* (Figure 7.6).

$$X \succsim Y \succsim Z \succsim T, \quad Y \sim V$$

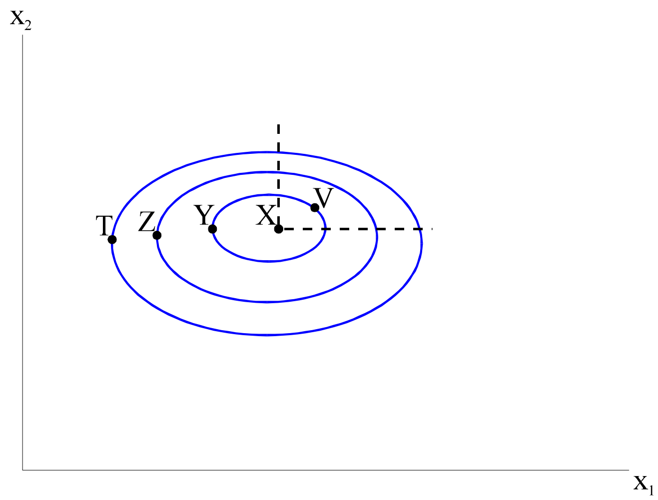


FIGURE 7.6 – Panier idéal et saturation

7.4.5 Les préférences "normales"

Les propriétés des préférences *normales* (la forme généralement supposée en microéconomie).
a) la monotonicité : le consommateur préfère toujours un panier qui contient plus de bien à un panier qui en contient moins. Tous les biens sont désirables et aucun point de saturation ne peut apparaître :

$$\begin{gathered}(x_1+\varepsilon, x_2) \succ (x_1, x_2), \quad (x_1, x_2+\varepsilon) \succ (x_1, x_2), \\ (x_1+\varepsilon, x_2+\varepsilon) \succ (x_1, x_2).\end{gathered}$$

Donc, si $\Delta x_1 > 0$,

$$\begin{aligned}(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2) \sim (x_1, x_2) &\Rightarrow \Delta x_2 < 0. \\ &\Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} < 0\end{aligned}$$

les courbes d'indifférences sont décroissantes (Figure 7.7).

b) la convexité : les paniers intermédiaires sont préférés aux paniers *extrêmes*.

$$\begin{aligned}&\text{si } M \sim N \text{ et } \alpha \in [0,1], \\ &\quad P = \alpha M + (1-\alpha) N \\ &\quad P \gtrsim M \sim N.\end{aligned}$$

Graphiquement : l'ensemble des paniers faiblement préférés est **convexe** (Figure 7.8).

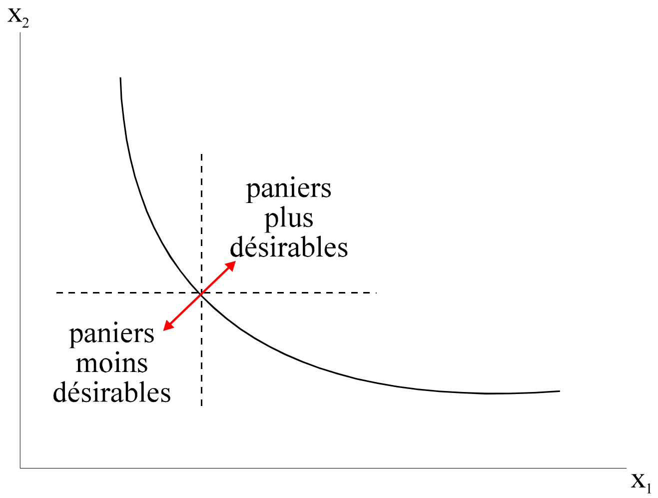


FIGURE 7.7 – Les préférences normales sont monotones

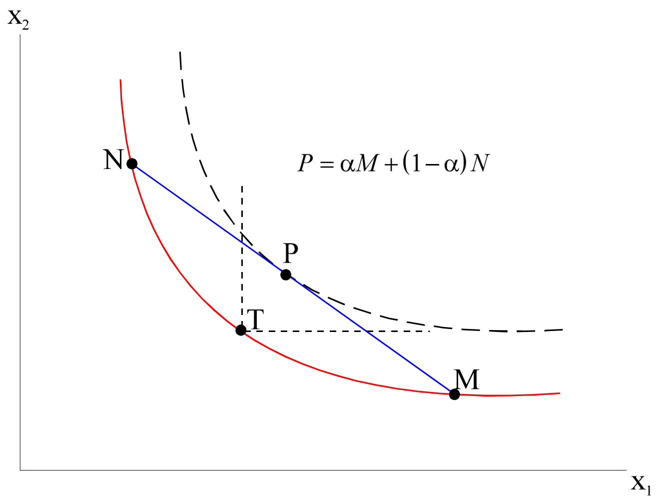


FIGURE 7.8 – Les préférences normales sont convexes

7.5 Le taux marginal de substitution (TMS)

C'est équivalent au TMST (Figure 7.9).

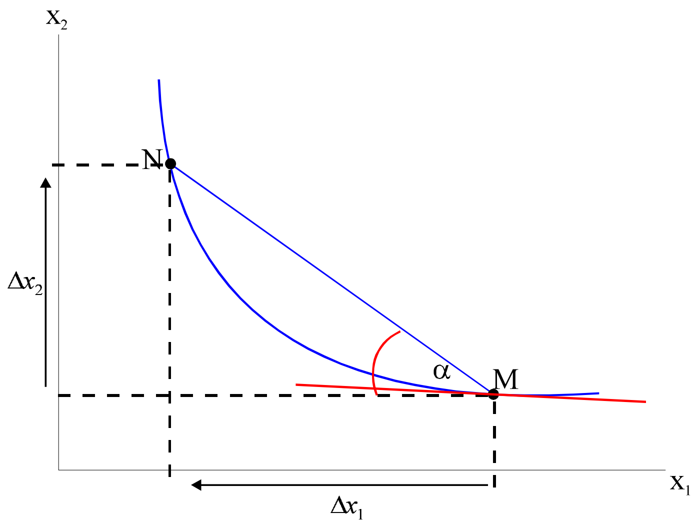


FIGURE 7.9 – le TMS

$$M \sim N, \Delta x_1 < 0,$$
$$M \rightarrow N \Rightarrow \Delta x_2 > 0 \rightarrow \Delta x_1$$

On substitue Δx_2 à Δx_1.

$$TMS = \lim_{\Delta x_1 \to 0} -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -tg\left(\alpha\right)$$
$$= |\text{pente de la tangente}|$$

TMS = nombre d'unités de bien 2 *en plus* pour compenser une unité de bien 1 *en moins*. C'est donc la valeur relative du bien 1 par rapport au bien 2.

7.6 Variation du TMS

Pour les substituts parfaits le TMS est constants par définition. Pour les préférences convexes, le TMS est décroissant le long de la courbe d'indifférence (Figure 7.10)

$$TMS\left(N\right) > TMS\left(M\right)$$

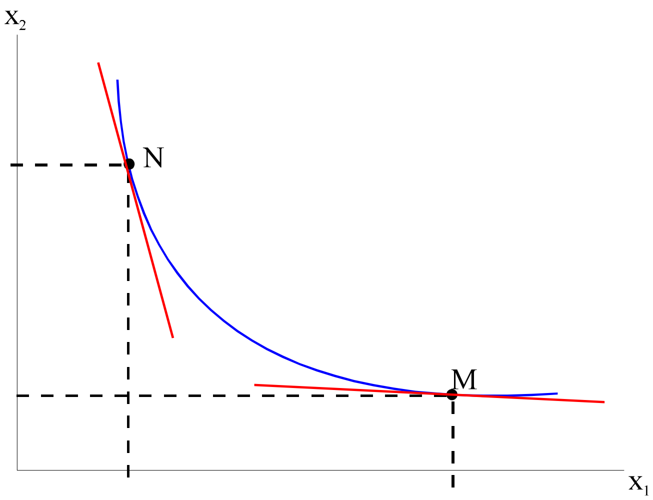


FIGURE 7.10 – Décroissance du TMS

Chapitre 8

La fonction d'utilité

La relation de préférence donne le classements, par l'individu, des différents paniers, du point de vue de la satisfaction qu'ils lui procurent. Il serait assez commode si on pouvait attribuer un indice de satisfaction à chaque panier, de manière à représenter parfaitement le classement établi par le consommateur. La **fonction d'utilité** vise justement à apporter cette commodité dans la représentation des préférences des consommateurs. Cette fonction doit donc attribuer une valeur plus élevée à un panier qui est plus désirable qu'un autre :

$$U \,:\, (x_1, x_2) \longmapsto U\ (x_1, x_2)$$
$$\forall X, Y, \quad X \succsim Y \Leftrightarrow U(X) \geq U(Y),$$
$$\forall X, Y, \quad X \sim Y \Leftrightarrow U(X) = U(Y).$$

Dans cette approche ce qui compte c'est la **valeur relative** d'un panier par rapport à un autre et non la valeur absolue de chaque panier $(U(\cdot))$. On demande uniquement à la fonction d'utilité de représenter **l'ordre** des différents paniers et non la satisfaction tirée de chaque panier individuel : on a une fonction d'utilité **ordinale.**

Exemple : Si l'on a $A \succ B \succ C$, les trois fonctions d'utilité U, V, W représentent ces mêmes préférences :

	U	V	W
A	3	17	-1
B	2	10	-2
C	1	0.1	-3

La fonction d'utilité n'est donc pas unique. En fait, si U est une fonction d'utilité *ordinale* qui représente les préférences d'un individu, toute transformation monotone croissante de U représentera toute aussi bien ces préférences :

$$\sqrt{U},\ aU + b \quad (a \geq 0),\ e^{U},\ \ln(U), ...$$

8.1 Utilité cardinale

Historiquement, le concept d'utilité initialement développé par les marginaliste était basé sur la possibilité d'obtenir une mesure exacte et en niveau absolu de la satisfaction de l'individu. Dans la théorie de l'utilité **cardinale** on considère que la valeur de la fonction d'utilité pour une panier mesure la satisfaction que tire le consommateur de ce panier. Dans ce cas si l'on a

$$U(X) = 2U(Y), \quad (\text{ avec } U(Y) > 0)$$

alors cela voudrait dire que le consommateur *aime deux fois* plus X que Y.
Tandis qu'avec une utilité ordinale tout ce que cela implique est :

$$X \succ Y.$$

Naturellement il est illusoire de vouloir trouver une mesure exacte de la satisfaction des individus. De plus cela n'est pas nécessaire pour étudier les choix des consommateurs.

Nous utiliserons par la suite uniquement des fonctions d'utilité **ordinales.**

8.2 Construire une fonction d'utilité

Peut-on toujours trouver une fonction pour représenter les préférences ? Oui si elles sont *normales* : si elles représentent un minimum de cohérence.

Si elles ne sont pas transitives $(A \succ B, B \succ C \text{ et } C \succ A)$, on ne peut trouver une fonction pour les représenter car

$$U(A) > U(B), U(B) > U(C) \Rightarrow U(A) > U(C) \text{ et non } U(C) > U(A).$$

Soit une carte d'indifférence (Figure 8.1).

On peut simplement lui faire correspondre une fonction d'utilité qui associe des valeurs plus élevées à des courbes plus éloignées de l'origine. Elle pourrit associer, par exemple, à chaque panier sa distance par rapport à l'origine (Figure 8.2).

8.3 Exemples de fonction d'utilité

A partir d'une fonction d'utilité $U(x_1, x_2)$ il est aisé de construire les courbes d'indifférences : ces dernières correspondent à tous les paniers qui donnent le même niveau de satisfaction et donc la même valeur d'utilité :

$$I_X = \{Y \mid U(Y) = U(X)\} \text{ ou } I_{U_0} = \{Y \mid U(Y) = U_0\}$$

avec $U(X) = U_0$.

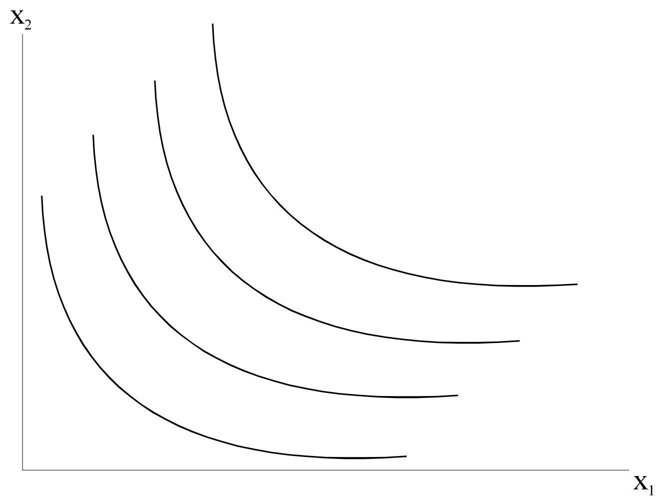


FIGURE 8.1 – Une carte d'indifférence

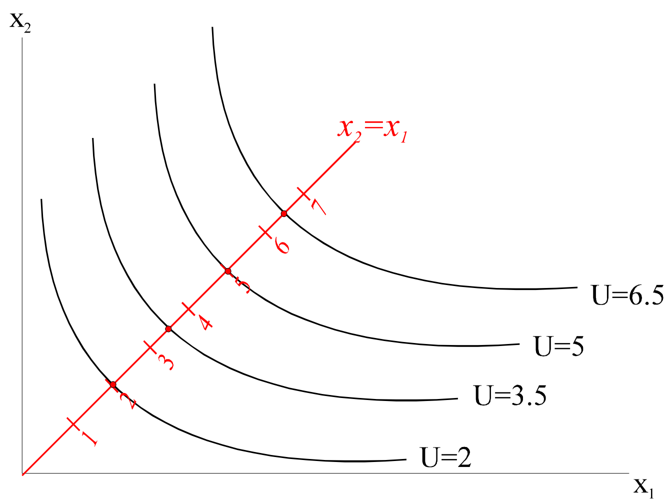


FIGURE 8.2 – Des préférences à l'utilité

Comme les courbes définies par des équations de type : $f(x, y) = z_0 = Cste$ correspondent aux **courbes de niveau** de la fonction f, les courbes d'indifférences sont les courbes de niveau de la fonction d'utilité. En faisant varier U_0 on obtient les courbes d'indifférences correspondant aux différents niveaux de satisfaction.

8.3.1 Substituts parfaits

Dans ce cas les deux biens ont la même valeur pour le consommateur. Ce qui compte pour lui, c'est la quantité totale de bien contenu dans chaque panier. Par conséquent la fonction d'utilité

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

représente bien ces préférences :

– elle a une valeur constante le long des courbes d'indifférence (formée des paniers qui contiennent la même quantité totale de biens) ;
– elle donne une valeur plus élevée quand la quantité totale augmente (et donc quand la satisfaction de l'individu augmente).

Les courbes d'indifférences correspondent à

$$I_{U_0} = \{(x_1, x_2) \mid x_1 + x_2 = U_0\}.$$

Naturellement les fonctions suivantes représentent tout aussi bien ces préférences :

$$V = \sqrt{U} = \sqrt{x_1 + x_2},$$
$$W = U^2 = (x_1 + x_2)^2.$$

De manière générale, si le consommateur considère que le bien 1 a une valeur de a et le bien 2 une valeur de b, du point de vue de leur contribution a sa satisfaction, ses préférences peuvent être représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

et les courbes d'indifférences sont données par (Figure 8.3)

$$\begin{aligned} I_{U_0} &= \{(x_1, x_2) \mid ax_1 + bx_2 = U_0\} \\ &= \left\{(x_1, x_2) \mid x_2 = \frac{U_0}{b} - \frac{a}{b}x_1\right\} \end{aligned}$$

avec une pente de $-a/b$ et les ordonnées à l'origine

$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{U_0}{b},$$
$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{U_0}{a}.$$

Ces deux paniers sont équivalents pour lui.

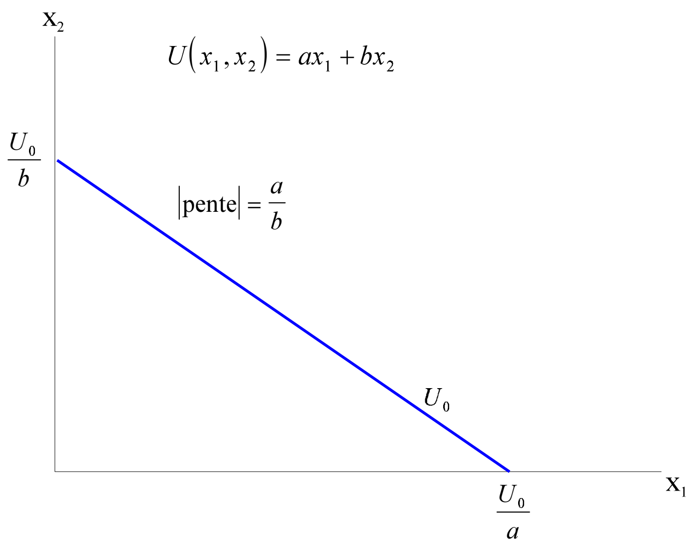


FIGURE 8.3 – Substituts parfaits

8.3.2 Compléments parfaits

Le consommateur doit combiner deux biens dans des proportions fixes pour pouvoir en tirer une satisfaction.
Exemple : abat–jour (x_1) et ampoules (x_2). Pour tirer satisfaction de l'achat d'un abat–jour, le consommateur doit aussi acheter au moins une ampoule avec. Le nombre de luminaires qui marchent effectivement est donné par :

$$\min\{x_1, x_2\} = U(x_1, x_2).$$

De manière générale, si les deux biens doivent être combiné dans des proportions fixes (Figure 8.4)

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{a}{b} \Rightarrow U(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$$

8.4 Utilité marginale

Similaire à la productivité marginale, l'utilité marginale mesure la variation de l'utilité suite à une modification infinitésimale de la quantité consommée d'un bien :

$$\begin{aligned}
x_1 \to x_1 + \Delta x_1 &\Rightarrow U(x_1, x_2) \to U(x_1 + \Delta, x_2) \\
\frac{\Delta U}{\Delta x_1} &= \frac{U(x_1 + \Delta, x_2) - U(x_1, x_2)}{\Delta x_1} = Um_1, \\
\lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta x_1} &= \frac{\partial U}{\partial x_1} = Um_1
\end{aligned}$$

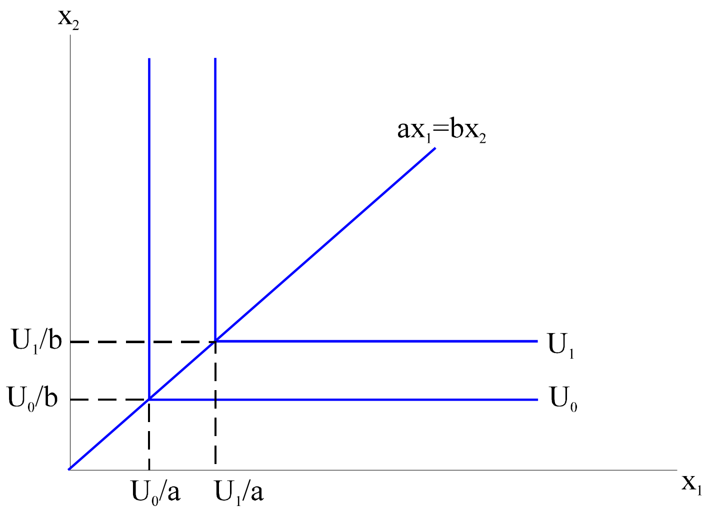


FIGURE 8.4 – Biens complémentaires

Si x_1 varie de dx_1, la variation de l'utilité peut être approximée par :

$$dU = Um_1 dx_1.$$

Important : la valeur de l'utilité marginale dépend de la forme particulière de la fonction d'utilité utilisée car c'est une mesure de variation d'utilité et donc c'est une mesure **cardinale**.

Exemple : Si $U(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$, $Um_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1} = 2$. Avec $V = 2.U = 4x_1 + 2x_2$, $Um_1 = \frac{\partial V}{\partial x_1} = 4$.

Donc on ne peut utiliser l'utilité marginale en tant que telle pour représenter les comportements de consommation. On pourra néanmoins utiliser une autre grandeur qu'on construit en utilisant les utilités marginales : le TMS.

8.5 Utilité marginale et TMS

Considérons une situation où le consommateur substitut dx_2 en dx_1 :

$$\begin{aligned} dx_1 &\Rightarrow dU = Um_1 dx_1 \\ &+ \\ dx_2 &\Rightarrow dU = Um_2 dx_2 \\ &\Rightarrow dU = Um_1 dx_1 + Um_2 dx_2 = 0 \end{aligned}$$

car il s'agit d'une substitution. Nous avons alors :

$$dU = 0 \Leftrightarrow -\frac{dx_2}{dx_1} = TMS_{2,1} = \frac{Um_1}{Um_2}$$

Le TMS ne dépend pas de la fonction d'utilité retenue :

$$U = x_1 + x_2 \Rightarrow Um_1 = Um_2 = 1,\ TMS = 1,$$
$$V = U^2 = (x_1 + x_2)^2 \Rightarrow Um_1 = Um_2 = 2\,(x_1 + x_2)\,, TMS = 1,$$
$$W = e^U = e^{x_1 + x_2} \Rightarrow Um_1 = Um_2 = e^{x_1 + x_2},\ TMS = 1.$$

Chapitre 9

Choix optimal de consommation et fonctions de demande

Parmi l'ensemble des paniers accessibles, le consommateur va choisir celui qu'il préfère.

9.1 Choix optimal

Après avoir introduit la représentation des contraintes du consommateur et celle de ses préférences, considérons maintenant le problème du choix du consommateur (Figure 9.1). Il doit choisir le panier qu'il préfère à tous les autres parmi les paniers qu'il peut acheter avec son revenu :

$$\begin{array}{l} \max_{x_1,x_2} U(x_1, x_2) \\ S.à. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{array} \tag{9.1}$$

$$C \succ B \succ A \Leftrightarrow U(C) > U(B) > U(A)$$

mais

$$p_1x_1^C + p_2x_2^C > m.$$

Le point E est l'**optimum** du consommateur. Il correspond à l'utilité la plus élevée possible (U^*) qu'il peut atteindre étant donné son revenu.

$E = (x_1^*, x_2^*)$:

- E est sur la droite de budget : $p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$;
- E est le point de tangence entre une courbe d'indifférence et la droite de budget.

Pour les préférences *normales* ces deux conditions sont suffisantes pour déterminer l'optimum du consommateur. Si les préférence sont normales alors l'optimum doit correspondre à un point de tangence entre la droite de budget et une courbe d'indifférence.

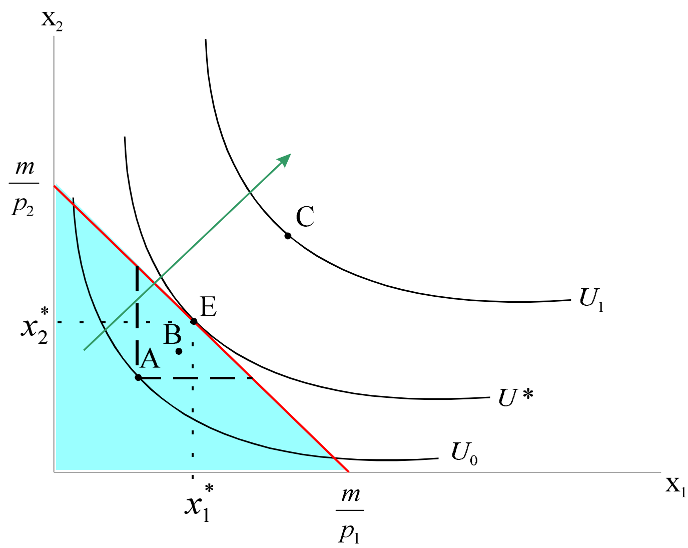


FIGURE 9.1 – Choix du consommateur

La pente de la droite de budget doit alors être égale, en valeur absolue, à la pente de la tangente à la courbe d'indifférence :

$$\boxed{E = (x_1^*, x_2^*) \ : \frac{p_1}{p_2} = TMS_{2,1} = \frac{Um_1\left(x_1^*, x_2^*\right)}{Um_2\left(x_1^*, x_2^*\right)}}$$

$$E = (x_1^*, x_2^*) : \begin{cases} p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m \\ \\ \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{Um_1}{Um_2} \end{cases} \tag{9.2}$$

Ce système de deux équations à deux inconnues nous donne le panier optimal, étant donnés le vecteur de prix et le revenu du consommateur :

$$x_1^*\left(p_1, p_2; m\right), \ x_2^*\left(p_1, p_2; m\right). \tag{9.3}$$

Ce sont les **fonctions de demande** de biens du consommateur.

9.1.1 Cas pathologique I : Courbe d'indifférences non-convexes

Par exemple si la convexité n'est pas vérifiée alors ces deux règles peuvent ne pas suffire (Figure 9.2).

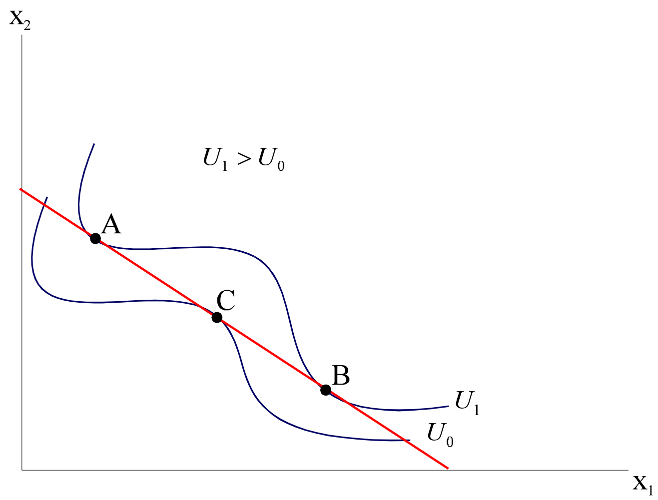


FIGURE 9.2 – Préférences non-convexes

9.1.2 Cas pathologique II : TMS indéfini

Dans ce cas, l'évaluation du TMS dépend du sens de la substitution et on ne peut utiliser sa valeur pour déterminer le panier optimal (Figure 9.3). C'est par exemple le cas avec les compléments parfaits.

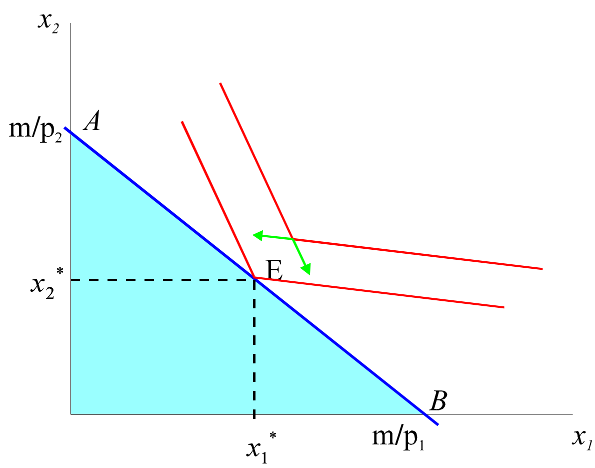


FIGURE 9.3 – Quand le TMS n'est pas défini

9.2 Exemples

9.2.1 Substituts parfaits

Dans ce cas nous avons

$$U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2,$$
$$Um_1 = a, Um_2 = b \Rightarrow TMS = \frac{a}{b}$$

Le TMS es constant car le consommateur peut toujours substituer un bien à l'autre dans les mêmes proportions.

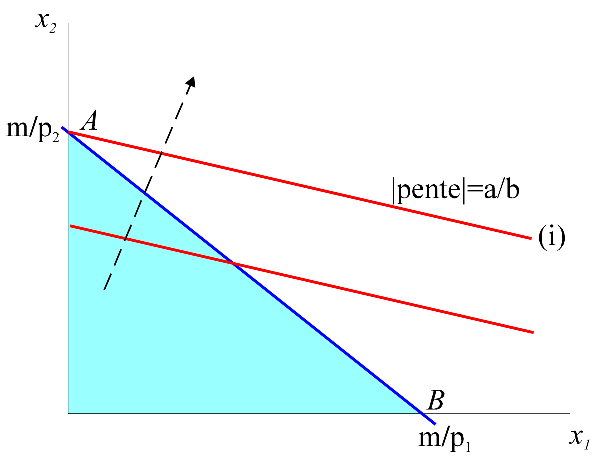
En ce qui concerne l'optimum du consommateur nous avons trois cas possibles :

(i) $\frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b}$: la pente de la droite de budget en valeur absolue est supérieure au TMS. Nous avons alors

$$\frac{p_1}{a} > \frac{p_2}{b}$$

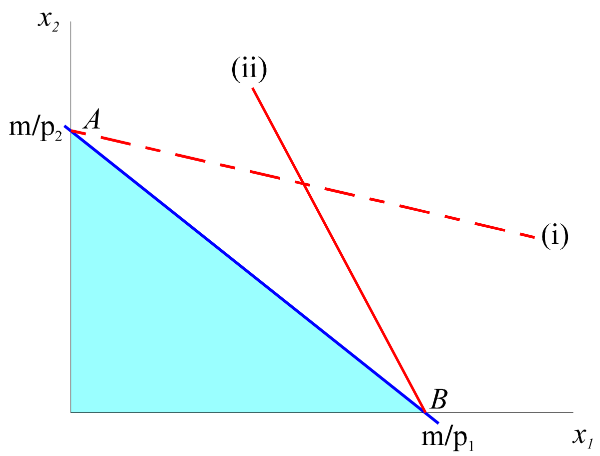
le bien 2 est relativement *bon marché* et le consommateur ne voudra consommer que ce bien. L'optimum est donné par

$$A\ :\ x_1^* = 0, x_2^* = \frac{m}{p_2}$$



(ii) $\frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b}$: le bien 1 est relativement *bon marché* et le consommateur ne voudra consommer que ce bien

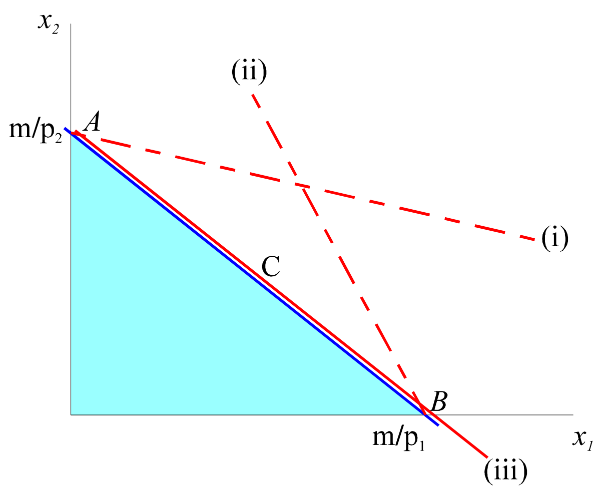
$$B\ :\ A\ :\ x_1^* = \frac{m}{p_1}, x_2^* = 0.$$



(iii) $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{a}{b}$: les deux biens ont la même valeur relative pour le consommateur et le consommateur est indifférent entre tous les paniers qui sont sur sa droite de budget (qui se confond avec la courbe d'indifférence).

L'optimum est donné par tout point C tel que

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$



Nous pouvons maintenant déterminer la fonction de demande de bien 1 pour tout couple de prix (p_1, p_2) :

$$x_1^*(p_1, p_2) = \begin{cases} 0 & \text{quand } \dfrac{p_1}{p_2} > \dfrac{a}{b} \\ \dfrac{m}{p_1} & \text{quand } \dfrac{p_1}{p_2} < \dfrac{a}{b} \\ \in \left[0, \frac{m}{p_1}\right] & \text{quand } \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{a}{b} \end{cases}$$

La demande de bien 2 est tout à fait symétrique.

9.2.2 Courbes d'indifférence strictement convexes

Soit (Figure **??**)

$$U(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

Courbe d'indifférence pour U_0 :

$$x_1 x_2 = U_0 \Leftrightarrow x_2 = \frac{U_0}{x_1}$$

ce sont des hyperboles.

$$Um_1 = x_2, Um_2 = x_1 \Rightarrow TMS = \frac{x_2}{x_1}$$

L'optimum du consommateur :

$$\begin{aligned}
\text{Point de tangence } &: TMS = \frac{x_2^*}{x_1^*} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_2^* = \frac{p_1}{p_2} x_1^* \\
\text{Contrainte de budget } &: p_1 x_1^* + p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} x_1^* \right) = m \\
& 2p_1 x_1^* = m \Rightarrow x_1^* = \frac{m}{2p_1} \\
& x_2^* = \frac{p_1}{p_2} x_1^* = \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{m}{2p_1} \right) = \frac{m}{2p_2}
\end{aligned}$$

Les fonctions de demande sont donc :

$$x_1^*(p_1, p_2; m) = \frac{m}{2p_1}, \quad x_2^*(p_1, p_2; m) = \frac{m}{2p_2}$$

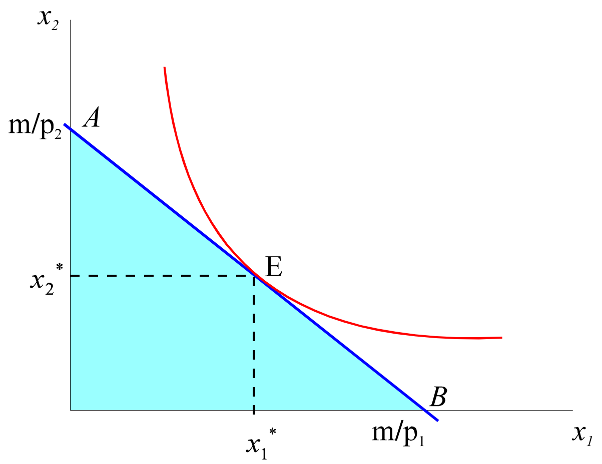


FIGURE 9.4 – Optimum avec des préférences convexes

9.3 Surplus du consommateur

La maximisation d'utilité conduit à l'expression de la fonction de demande du consommateur sur le marché. De cette demande, il nous est possible de déduire le prix maximal que le consommateur est prêt à payer pour accepter acheter une unité supplémentaire d'un bien. On appelle ce prix le **prix de réserve** (ou de réservation).

Exemple : Perdu dans le désert pendant une randonnée, vous errez depuis 6 heures et vous n'avez plus d'eau depuis une heure. Vous entendez le bruit de chameau d'un marchand d'eau et vous vous approchez de lui pour acheter de l'eau. Il vous demande le prix que vous êtes prêt à payer pour un verre d'eau. Vous lui donnez 50 dinars et buvez le verre d'eau mais vous avez encore soif. Il vous demande à nouveau combien vous accepteriez de payer pour le second verre. Votre soif ayant été un peu comblé, vous êtes prêt à payer un petit peu moins. Ainsi, vous achetez 4 verres d'eau chez lui aux prix suivants : 1^{er} verre : 50 dinars ; 2^{eme} verre : 40 ; 3^{eme} verre : 30 et 4^{eme} verre : 20 (Figure 9.5).

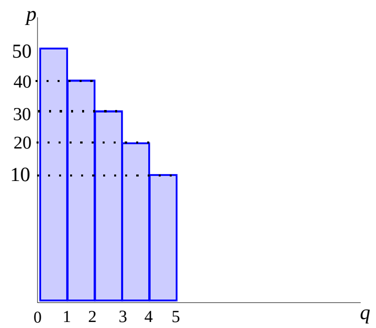


FIGURE 9.5 – Demande et prix de réserve

Pour les quatre premiers verres vous avez payé enfin de compte :

$$50 + 40 + 30 + 20 = 140 \text{ dinars}$$

ce que vous étiez prêt à payer étant donnée l'utilité que vous avez retiré de chaque verre d'eau.

En continuant votre chemin que le marchand vous a indiqué, vous arrivez rapidement à un Oasis où existe un marché de l'eau. Le prix de marché pour un verre d'eau est de 20 dinars. Vous avez à nouveau soif vous buvez à votre soif jusqu'à ce que votre prix de réserve devienne inférieur au prix de marché. Vous achetez donc 4 verres d'eau à nouveau (votre prix de réserve pour le 4ème verre est de 20 dinars=prix de marché).

Pour ces quatre verres d'eaux, vous payez alors

$$4 \times 20 = 80 \text{ dinars.}$$

Votre gain par rapport à la situation précédente est de (Figure 9.6)

$$140 - 80 = 60 \text{ dinars.}$$

C'est votre **surplus** : la différence entre ce que vous étiez prêt à payer pour les 4 verres et ce que la présence du marché a permis de payer. Pour chaque unité consommée, il faut calculer la différence entre le prix de réserve (l'expression monétaire de l'utilité marginale de cette unité de consommation) et le prix qui a été effectivement payé (le prix de marché).

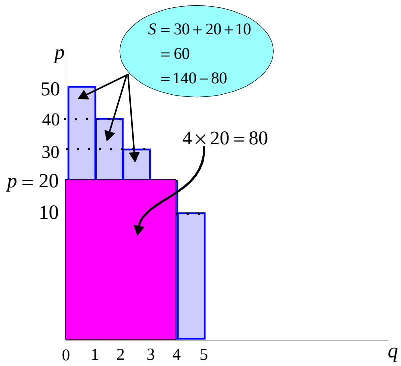


FIGURE 9.6 – Demande et surplus

On peut aisément généraliser ce raisonnement. Avec un bien parfaitement divisible, le prix de réservation varie de manière continue et nous sommes sur la fonction de demande. Le surplus du consommateur peut alors être représentée comme une surface (Figure 9.7) :

$$SC^i = \int_0^{q_0} p\left(q\right) dq - p_0 q_0$$
$$\text{avec } p\left(q\right) = D^{i^{-1}}\left(q\right) \text{ (la demande inverse)}$$

Le surplus du consommateur correspond donc à la surface qui est délimitée par la courbe de demande (qui est le lieu géométrique des prix de réserve pour les différentes unités) et le prix de marché auquel les différentes unités ont effectivement été achetées.

A partir des surplus individuels, nous pouvons calculer le surplus des consommateurs qui en est la somme. On utilise alors la demande de marché pour le calculer graphiquement.

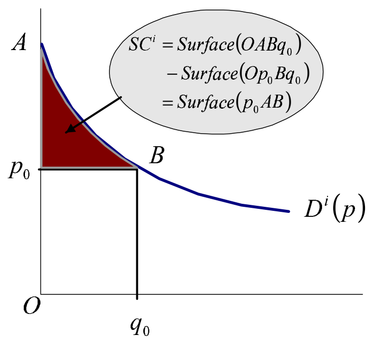


FIGURE 9.7 – Surplus du consommateur et demande

Chapitre 10

Analyse de la demande

Dans ce chapitre, nous allons étudier la variation de ces demandes suite à des variations du revenu et des prix. Cette étude sera menée grâce à la *statique comparative* : Nous allons partir d'un optimum du consommateur, modifier un paramètre (par exemple, R) et observer comment l'équilibre s'est modifié et en déduire les conséquences sur les demandes.

10.1 Biens "normaux" et biens "inférieurs"

Nous allons d'abord étudier les effets des variations de revenu. Nous savons qu'une augmentation de revenu fait déplacer la droite de budget vers le haut.

Selon la nature des biens, deux types de situations sont possibles.

10.1.1 Biens normaux

L'augmentation du revenu conduit à une augmentation de la demande de ce type de bien : $\Delta x_i^* / \Delta R > 0$. La quantité demandée évolue dans le même sens que le revenu (Figure 10.1).

10.1.2 Biens inférieurs

Dans ce cas, la variation de la demande se fait en sens inverse de la variation du revenu : $\Delta x_i^* / \Delta R < 0$ (Figure 10.2) Par conséquent, il s'agit des biens dont le consommateur diminue la consommation quand son niveau de vie augmente : des biens de faible qualité auxquels existent des substituts de meilleure qualité et plus chers que le consommateur peut acheter s'il a plus de revenu. Beaucoup de biens alimentaires entrent dans cette catégorie.

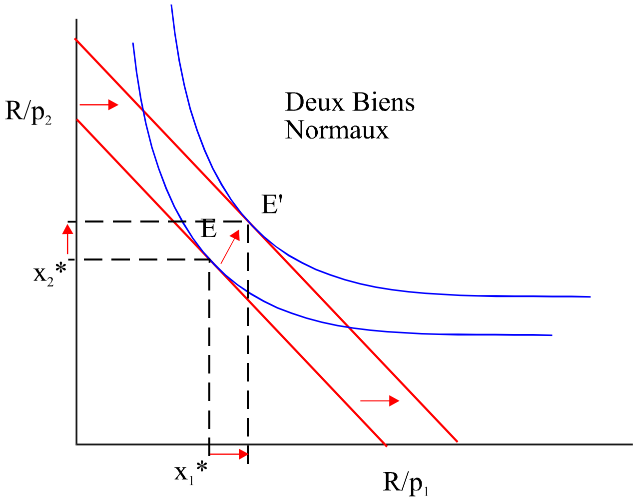


FIGURE 10.1 – Effet du revenu : biens normaux

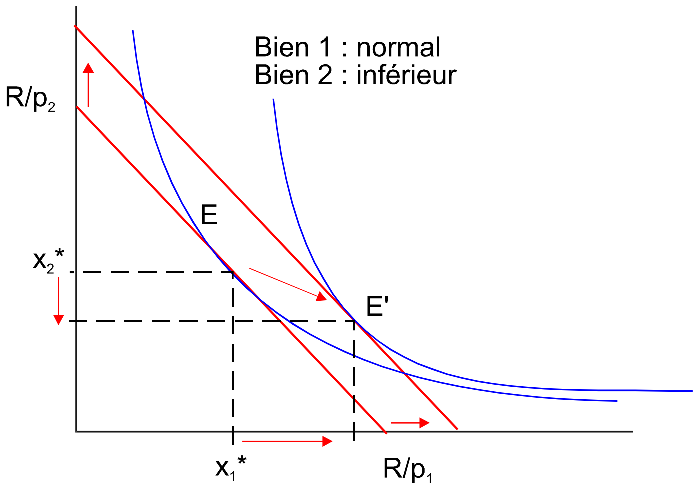


FIGURE 10.2 – Effet du revenu : un bien inférieur

Pour des variations infinitésimales :

$$\lim_{\Delta R \to 0} \frac{\Delta x_1^*}{\Delta R} = \frac{\partial x_1^*}{\partial R} > 0 \ : \ \text{le bien 1 est normal,}$$
$$\lim_{\Delta R \to 0} \frac{\Delta x_2^*}{\Delta R} = \frac{\partial x_2^*}{\partial R} < 0 \ : \ \text{le bien 2 est inférieur.}$$

10.1.3 Elasticité de la demande

Nous pouvons aussi caractériser la nature d'un bien en étudiant l'**élasticité-revenu** de sa demande.

Les élasticités d'une fonction $y = f(x,z)$ par rapport à ses arguments sont données par :

$$\varepsilon_{y,x} = \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{\text{\% de variation de } y}{\text{\% de variation de } x}.$$

Pour des petites variations $\Delta x \to 0$:

$$\varepsilon_{y,x} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{x}{f(x,z)} \ , \ \varepsilon_{y,z} = \frac{\partial f}{\partial z}\frac{z}{f(x,z)}.$$

Si nous avons

$$\varepsilon_{x_1^*,R} = 3,$$

nous pouvons en déduire qu'une variation de 1% de R implique une variation de 3% de x_1^* (la demande de bien 1) et donc le bien 1 est **normal**. Si par contre, nous avons

$$\varepsilon_{x_1^*,R} = -3,$$

alors le bien 1 est un bien inférieur. De manière générale :

$$\text{Biens normaux : } \varepsilon_{x,R} > 0 \ \text{ car } \frac{\partial x}{\partial R} > 0,$$
$$\text{Biens inférieurs : } \varepsilon_{x,R} < 0 \ \text{ car } \frac{\partial x}{\partial R} < 0.$$

10.1.4 Biens "de luxe" et biens "de nécessité"

Si la demande d'un bien augmente plus que proportionnellement par rapport à l'augmentation du revenu (si $\varepsilon_{x,R} > 1$) alors on dit qu'il s'agit d'un bien "de luxe".

Si la demande augmente mais moins que proportionnellement (si $\varepsilon_{x,R} > 0$ et $\varepsilon_{x,R} < 1$) alors on dira que c'est un bien "de nécessité" : le consommateur doit consommer une quantité incompressible de ce bien quelque soit son pouvoir d'achat.

10.2 Le chemin d'expansion du revenu et la Courbe d'Engel

La courbe d'Engel nous donne le lieu géométrique des quantités optimales du consommateur qui varient quand on modifie le revenu (Figure 10.3).

Si le bien 1 est un bien **normal** alors la courbe d'Engel est croissante. Si les deux biens sont normaux alors le chemin d'expansion du revenu (**CER**) est croissant.

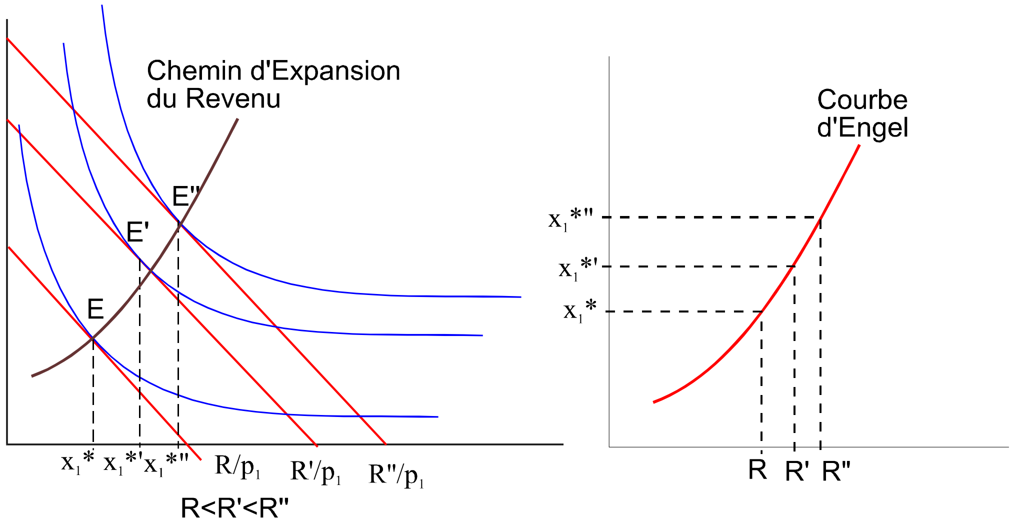


FIGURE 10.3 – CER et courbe d'Engel

10.3 Exemples

10.3.1 *Substituts parfaits*

Exemple de fonction d'utilité : $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2,\ TMS = 1$.

Nous savons que l'optimum dépend de la comparaison de $\frac{p_1}{p_2}$ avec le $TMS = 1$. De manière générale, la fonction de demande du bien i est donnée par :

$$x_i^*(R; p_i, p_j) = \begin{cases} R/p_i \text{ si } p_i < p_j \\ R/p_i = R/p_j \text{ si } p_i = p_j \\ 0 \text{ si } p_i > p_j. \end{cases}$$

Pour simplifier notre exemple, prenons

$$p_1 > p_2 \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} > 1.$$

Dans ce cas les fonctions de demande du consommateur seront données par :

$$\begin{cases} x_1^* (R; p_1, p_2) = 0, \\ x_2^* (R; p_1, p_2) = \dfrac{R}{p_2} \end{cases}$$

car il va consacrer la totalité de son revenu au bien qui est *relativement* moins cher (le bien 2). Nous avons alors (Figure 10.4) :

$$\frac{\partial x_2^*}{\partial R} = \frac{1}{p_2} \Rightarrow \varepsilon_{x_2^*,R} = \frac{1}{p_2} \frac{R}{\frac{R}{p_2}} = \frac{1}{p_2} \cdot p_2 = 1 > 0.$$

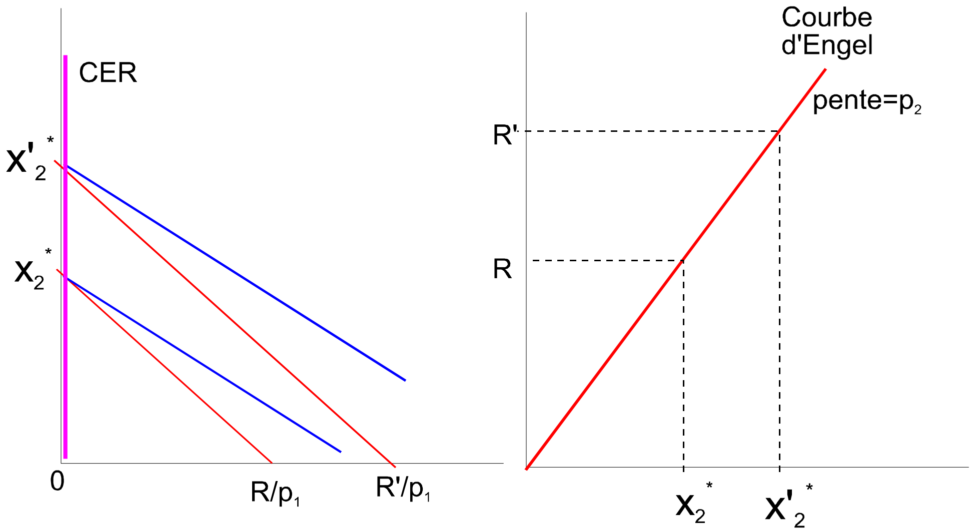


FIGURE 10.4 – Courbe d'Engel pour deux substituts parfaits

10.3.2 Compléments parfaits

Exemple de fonction d'utilité : $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$

Pour ce type de biens, les optima correspondent nécessairement à des paniers qui contiennent juste ce qu'il faut des deux biens (l'élimination du gâchis).

A l'optimum, nous devons donc avoir (Figure 10.5) :

$$\begin{aligned} E &= (x_1^*, x_2^*), \\ p_1 x_1^* + p_2 x_2^* &= R, \\ x_1^* &= x_2^* \\ \Rightarrow (p_1 + p_2) x_1^* &= R \\ x_1^* = \frac{R}{p_1 + p_2} &= x_2^* \end{aligned}$$

Par conséquent :

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial R} = \frac{\partial x_2^*}{\partial R} = \frac{1}{p_{1+}p_2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{x_1^*,R} = \varepsilon_{x_2^*,R} = \frac{1}{p_{1+}p_2} \cdot \frac{R}{\frac{R}{p_{1+}p_2}} = 1 > 0,$$

si $R \nearrow$ de 1%, $x_1^* \nearrow$ de 1%.

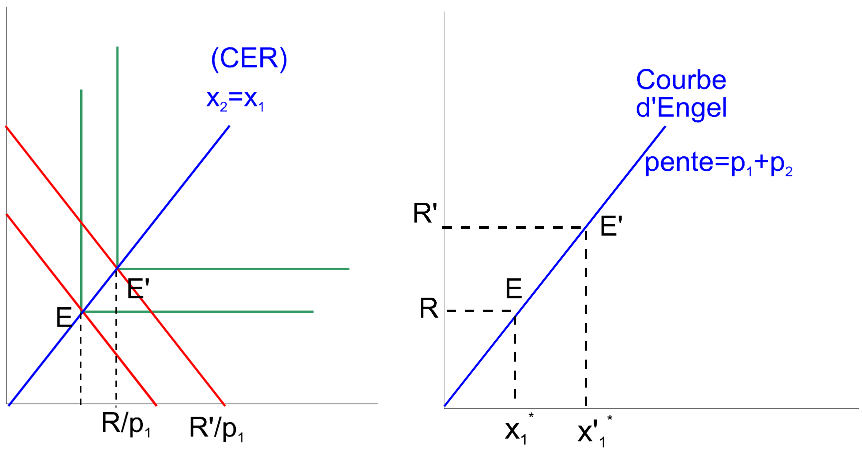


FIGURE 10.5 – Courbe d'Engel pour deux compléments parfaits

10.4 Effets des variations de prix : Biens ordinaires et biens de Giffen

Quelle sera la variation de la demande de bien 1 si le prix de ce bien augmente tandis que le revenu et les autres prix restent constants ? Intuitivement on s'attendrait à une baisse de la demande puisque ce bien est devenu plus cher. C'est bien le résultat que nous aurons dans la majeure partie des cas (Figure 10.6). La majorité des biens sont des biens *ordinaires* pour lesquels nous avons :

$$\Delta p_i > 0 \Rightarrow \Delta x_i < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta x_i}{\Delta p_i} < 0 \ : \ \text{demande décroissante.}$$

Mais nous on n'a pas toujours ce résultat.

Un économiste irlandais, Sir Robert Giffen, a observé, pendant la famine de 1850, une augmentation de la consommation de pommes de terre par les paysans irlandais, tandis que le prix des pommes de terre venait d'augmenter (**le paradoxe de Giffen**).

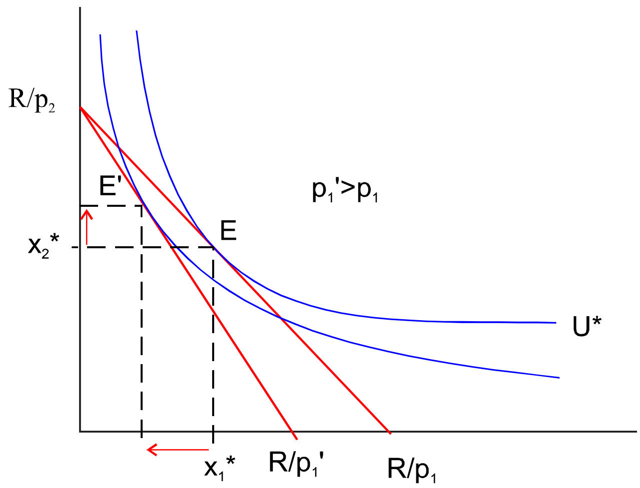


FIGURE 10.6 – Effets de la variation d'un prix

L'explication de ce phénomène va apparaître dans le chapitre suivant.
Mais si la demande d'un bien augmente avec son prix alors on parle de *bien de Giffen*.

10.5 Chemin d'expansion du prix et la courbe de demande

Comme pour le revenu, nous pouvons relier par une courbe les optima qui correspondent à des niveaux différents du prix d'un bien. Nous obtenons alors le Chemin d'Expansion du Prix (**CEP**).

Si nous reportons ces demandes (pour le bien 1) dans le plan (x_1, p_1) , nous obtenons alors l'équivalent d'une courbe d'Engel : **la courbe de demande** du bien1 (Figure 10.7).

10.6 Exemples

10.6.1 Substituts parfaits

Nous connaissons la fonction de demande pour ce type de biens :

$$x_i^* \left(R; p_i, p_j\right) = \begin{cases} R/p_i \text{ si } p_i < p_j \\ R/p_i = R/p_j \text{ si } p_i = p_j \\ 0 \text{ si } p_i > p_j. \end{cases}$$

Par conséquent :

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial p_i} = \begin{cases} -R/p_i^2 \leq 0 \text{ si } p_i \leq p_j \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

La courbe de demande est donc donnée dans Figure 10.8.

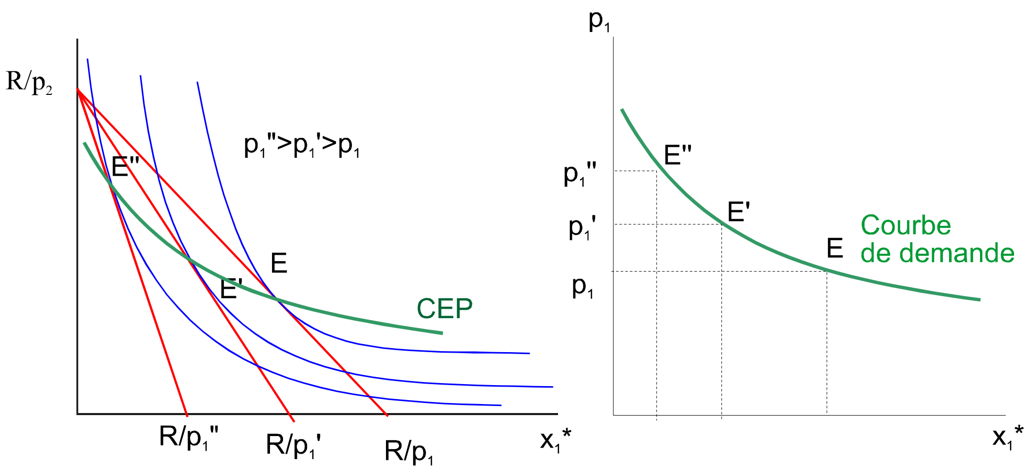


FIGURE 10.7 – Chemin d'expansion du prix

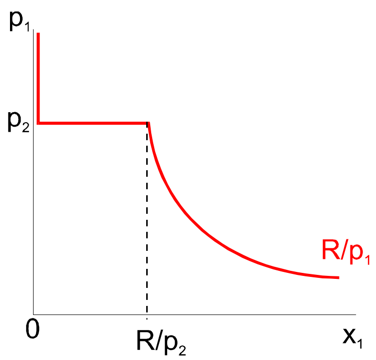


FIGURE 10.8 – Demande d'un substitut parfait

Elasticité-prix de la demande :

$$\varepsilon_{x_1,p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \cdot \frac{p_1}{x_1^*} = \begin{cases} -\dfrac{R}{p_i^2} \cdot \dfrac{p_1}{\frac{R}{p_1}} = -1 \text{ si } p_i \leq p_j \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

10.6.2 Compléments parfaits

La demande de bien 1 est donnée par (Figure 10.9) :

$$x_1^* \left(R; p_1, p_2\right) = \frac{R}{p_1 + p_2} \Rightarrow \frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{-R}{\left(p_1 + p_2\right)^2} < 0.$$

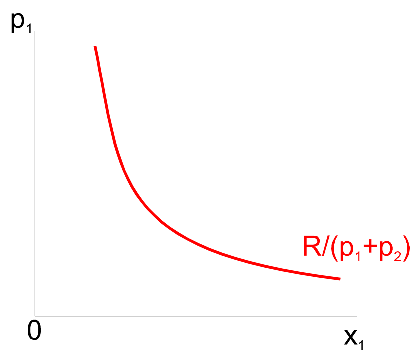


FIGURE 10.9 – Demande d'un bien complémentaire

Elasticité–prix :

$$\varepsilon_{x_1,p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \cdot \frac{p_1}{x_1^*} = \frac{-R}{\left(p_1 + p_2\right)^2} \cdot \frac{p_1}{\frac{R}{(p_1+p_2)}} = -\frac{p_1}{p_1 + p_2}$$

$$-1 \leq \varepsilon_{x_1,p_1} \leq 0$$

10.7 Substituts et compléments

Nous allons maintenant définir précisément les termes "substituts" et "compléments". Cela va nous permettre de mettre en évidence l'existence d'une certaine substituabilité (ou de complémentarité) même si elle n'est pas *parfaite*.

Pour évaluer la relation qu'ont deux biens aux yeux du consommateur, nous devons considérer l'*élasticité–prix croisée* de la fonction de demande d'un des deux biens :

$$\varepsilon_{x_i,p_j} = \frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{x_i^*}.$$

En effet, si l'on considère la demande de bien 1, nous savons que dans le cas général, cette demande dépend de R, de p_1 mais aussi, de p_2.

Que pouvons–nous dire de la variation de la demande de bien 1 quand le prix du bien 2 augmente ?

Considérons que ces deux biens sont **ordinaires**. Nous avons alors trois cas possibles :

– les deux biens sont **indépendants** : $\dfrac{\partial x_1^*}{\partial p_2} = 0 \Rightarrow \varepsilon_{x_i,p_j} = 0.$

– les deux biens sont des **substituts bruts** : si le bien 2 devient relativement plus cher, sa demande diminue et le consommateur luis substitue le bien 1,

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial p_2} > 0 \Rightarrow \varepsilon_{x_i,p_j} > 0.$$

– les deux biens sont des **compléments bruts** : la baisse de la demande du bien 2 va obliger le consommateur à baisser sa demande de bien 1 aussi,

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial p_2} < 0 \Rightarrow \varepsilon_{x_i,p_j} < 0.$$

Chapitre 11

Equation de Slutsky : l'effet de revenu et l'effet de substitution

L'impact d'une variation du prix sera décomposée en deux étapes.

11.1 Effet de substitution–Effet de Revenu (SLUTSKY)

Variation de prix et les condition d'optimalité du consommateur :

$$\begin{aligned} &(p_1, p_2) \to (x_1^*, x_2^*), \\ &p_1^{'} < p_1 \Rightarrow \begin{array}{ll} TMS\,(x_1^*, x_2^*) = \dfrac{p_1}{p_2} < \dfrac{p_1^{'}}{p_2} & (1) \\ p_1^{'} x_1^* + p_2 x_2^* < p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = R & (2) \end{array} \end{aligned} \tag{11.1}$$

Effet sur la condition (11.1.1) : effet des prix–relatifs
$\to$ **l'effet de substitution**,
Effet sur la condition (11.1.2) : effet sur le pouvoir d'achat
$\to$ **l'effet de Revenu**.
En consacrant tout son revenu à l'achat du bien 1, il pourrait acheter

$$x_1 = \frac{R}{p_1^{'}} > \frac{R}{p_1}.$$

Le passage

$$p_1 \to p_1^{'} \Rightarrow (x_1^*, x_2^*) \to \left(x_1^{*'}, x_2^{*'}\right)$$

correspond à l'**effet total**.

Décomposition artificielle en deux effets : D'abord l'effet de substitution, ensuite l'effet de revenu (SLUTSKY).

En fait nous allons raisonner en 4 étapes.

$$p_1 \to p_1^{'} < p_1$$

11.1.1 Effet de la variation des prix relatifs

On peut faire apparaître cette effet en neutralisant l'effet de revenu :

$$p_1^{'} x_1^* + p_2 x_2^* = R' < R = p_1 x_1^* + p_2 x_2^* \tag{11.2}$$

Nouvelle droite de budget (Figure 11.1) :

$$p_1^{'} x_1 + p_2 x_2 = R' \quad pente : \left|\frac{p_1'}{p_2}\right| < \left|\frac{p_1}{p_2}\right|$$

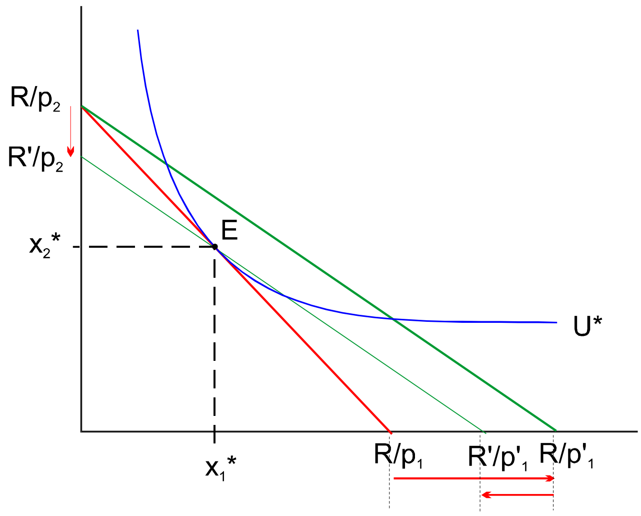


FIGURE 11.1 – Effet de la variation des prix relatifs

11.1.2 Variation compensatoire du revenu

Nous la connaissons à partir de l'équation (11.2) :

$$\begin{array}{l} p_1^{'} x_1^* + p_2 x_2^* = R' \\ p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = R \\ \hline \left(p_1^{'} - p_1\right) x_1^* = R' - R \Rightarrow \Delta p_1 x_1^* = \Delta R \quad (4) \\ ou\ R' = R + \underbrace{\left(p_1^{'} - p_1\right)}_{<0} x_1^* < R. \end{array}$$

$$(4) \Rightarrow \frac{\Delta R}{\Delta p_1} = x_1^* \geq 0$$

(variations dans le même sens)
Exemple :

Si le consommateur consomme $5kg$ de farine avec un revenu de 50 et si le kg de farine passe de $4F$ à $3F$:

$$\Delta p_1 x_1 = (-1)(5) = -5 = \Delta R \Rightarrow R' = 50 - 5 = 45.$$

11.1.3 Optimum intermédiaire (l'effet de substitution)

Il correspond au revenu R' . Ce nouvel optimum est caractérisé par :

$$\begin{aligned} E' &= \left(x_1^{*'}, x_2^{*'}\right), \\ TMS\left(E'\right) &= \frac{p_1^{'}}{p_2}, \qquad (5) \\ p_1' x_1^{*'} + p_2 x_2^{*'} &= R' \end{aligned}$$

Effet de substitution (Figure 11.2) : $E \longrightarrow E'$

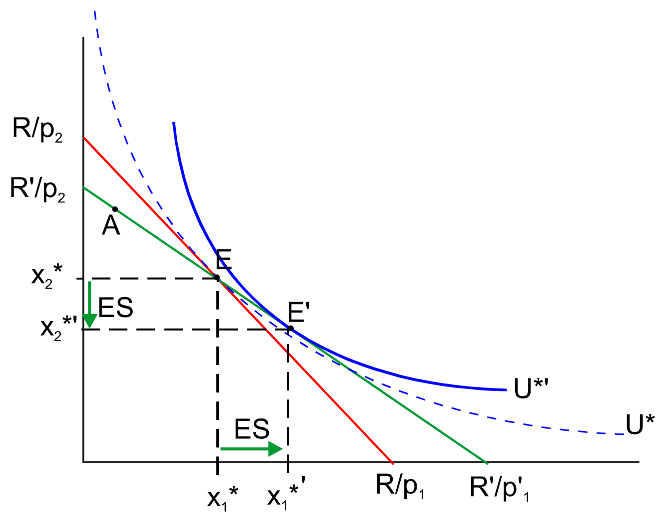


FIGURE 11.2 – Effet de substitution

Ce nouvel optimum se situe nécessairement *à droite* de E : ES se fait nécessairement **en sens inverse** de la variation du prix pour le bien concerné.
Exemple :

$x_1(R, p_1) = R/5p_1$, la fonction de demande d'un consommateur. $R = 1000$ et $p_1 = 20$ initialement.$\Rightarrow x_1^* = 1000/100 = 10$.

Soit une baisse de prix : $\Delta p_1 = -10F \Rightarrow p_1' = 10F$
Effet total : le nouvel optimum : $x_1^{*\prime\prime} = 1000/50 = 20 \;\Rightarrow\; \Delta x_1^* = +10 =$ **ET**.
Effet de substitution : Variation compensatoire du revenu,
$\Delta R = \Delta p_1 x_1^* = (-10)(10) = -100 \Rightarrow R' = 900.$
$x_1^{*\prime} = 900/50 = 18 \Rightarrow$ **ES** $= x_1^{*\prime} - x_1^* = +8.$
A quoi correspond la différence entre ces deux effets : $ET - ES = +2$?

11.1.4 Effet de revenu

Ces deux unités correspondent naturellement à l'effet de revenu.
Le revenu du consommateur : $R' + (R - R') = R \rightarrow E''$ (Figure 11.3) :

$$E' \rightarrow E'' \;\;:\;\; \text{Effet de Revenu.}$$

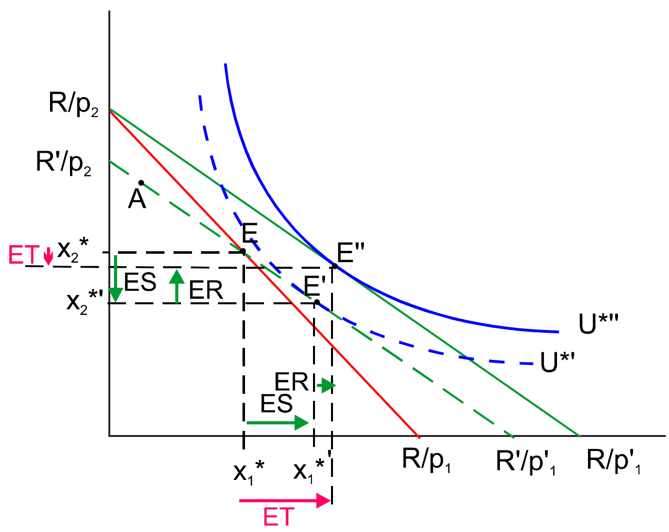


FIGURE 11.3 – Effet de revenu

C'est l'effet de l'augmentation du pouvoir d'achat et nous savons que ce type d'effets n'est pas toujours positif car :
- $ER > 0$: bien normal,
- $ER < 0$: bien inférieur.

Exemple : *(suite)*

$$ER = x_1^{*\prime\prime} - x_1^* = 20 - 18 = 2.$$

11.2 Variation totale de la demande

L'effet total d'une variation de prix :

$$\Delta x_1 = x_1\left(p_1', R\right) - x_1\left(p_1, R\right) \tag{11.3}$$

Cette variation peut être décomposée :

$$\underbrace{\Delta x_1}_{ET=} = \underbrace{\left[x_1\left(p_1', R'\right) - x_1\left(p_1, R\right)\right]}_{ES} + \left[\underbrace{x_1\left(p_1', R\right) - x_1\left(p_1', R'\right)}_{ER}\right] \tag{11.4}$$

C'est l'*identité de Slutsky* (1880–1948).
De plus Δp_1 implique nécessairement :
– un ES dans le sens inverse que Δp_1,
– un ER $\begin{cases} \text{dans le } \textbf{même} \text{ sens que } \Delta p_1 \text{ si le bien 1 est } \textbf{inférieur}, \\ \text{dans le sens } \textbf{inverse} \text{ de } \Delta p_1 \text{ si le bien 1 est } \textbf{normal}. \end{cases}$

Donc

$\Delta p_1 < 0 \Rightarrow$

bien 1	ES	ER	ET
normal	+	+	+
inférieur	+	-	?

$\Delta p_1 > 0 \Rightarrow$

bien 1	ES	ER	ET
normal	-	-	-
inférieur	-	+	?

avec le bien 1 inférieur :
– $sgn\,(ET) = sgn\,(ES)$ si $|ES| > |ER|$ (le résultat habituel) ;
– $sgn\,(ET) = -sgn\,(ES)$ si $|ER| > |ES|$ (les biens de Giffen).

Les biens de Giffen sont donc des biens inférieurs pour lesquels l'effet de revenu est plus fort que l'effet de substitution.

Par conséquent :

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} < 0 \text{ si } \begin{cases} \text{a) le bien 1 est un bien normal,} \\ \text{b) le bien 1 est inférieur mais } ER \text{ faible.} \end{cases}$$

La loi de la demande : "Si la demande d'un bien augmente quand le revenu s'accroît (s'il est normal), la demande de ce bien décroît quand son prix augmente."

11.3 Deux exemples graphiques

11.3.1 Compléments parfaits

Pour les compléments parfaits, nous avons (Figure 11.4) :

$$ES = 0 \Rightarrow ET = ER.$$

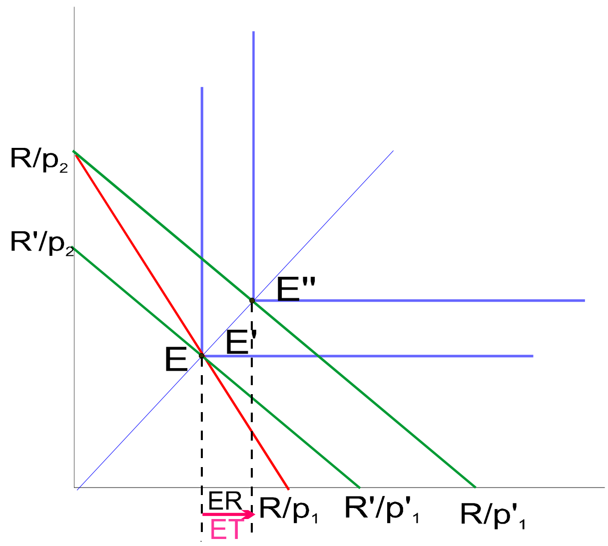


FIGURE 11.4 – Décompoasition de Slutsky avec les biens complémentaires

11.3.2 Substituts parfaits

Si $p_1 > p_2$, un effet n'est possible que si la variation de prix est telle que

$$\begin{aligned} p_1 > p_2 &\rightarrow p_1' < p_2 \\ x_1^* = 0 &\rightarrow x_1^{*''} = R/p_1 \\ x_2^* = R/p_2 &\rightarrow x_2^{*''} = 0 \\ ER = 0 &\Rightarrow ET = ES. \end{aligned}$$

Si $p_1 < p_2$ la baisse de prix n'aura d'impact que sur x_1 (Figure 11.5) :

$$x_1^* = R/p_1 \;\rightarrow\; x_1^{*'} = R/p_1' > R/p_1.$$

11.4 Une autre décomposition : L'effet de substitution de Hicks

Dans l'approche de Slutsky, on garde constant le pouvoir d'achat pour isoler l'effet de substitution. Hicks propose d'isoler cet effet en gardant constant le niveau de satisfaction du consommateur.

Soit de nouveau une baisse de prix :

$$p_1 \rightarrow p_1' < p_1.$$

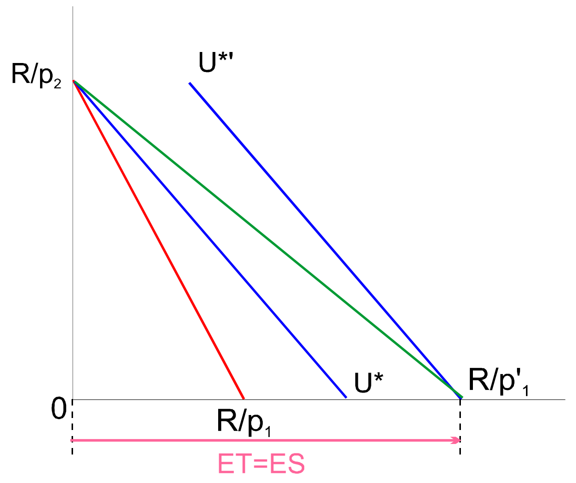


FIGURE 11.5 – Décomposition de Slutsky avec les substituts parfaits

Le nouvel optimum est donné par (Figure 11.6) :

$$\begin{aligned} E'' &= \left(x_1^{*\prime\prime}, x_2^{*\prime\prime}\right), \\ TMS\left(x_1^{*\prime\prime}, x_2^{*\prime\prime}\right) &= \frac{p_1'}{p_2}, \\ p_1' x_1^{*\prime\prime} + p_2 x_2^{*\prime\prime} &= R \\ ET &= x_1^{*\prime\prime} - x_1^{*}. \end{aligned}$$

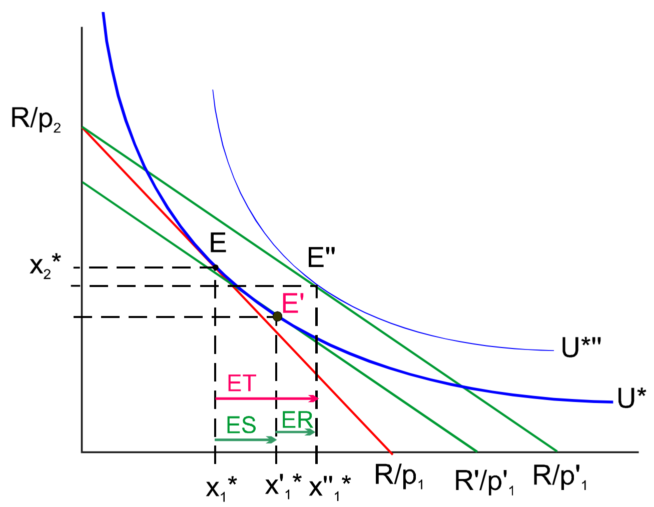


FIGURE 11.6 – Décomposition à la Hicks

$$E' = \left(x_1^{*\prime}, x_2^{*\prime}\right),$$
$$U\left(x_1^{*\prime}, x_2^{*\prime}\right) = U\left(x_1^{*}, x_2^{*}\right) = U_0,$$
$$TMS\left(x_1^{*\prime}, x_2^{*\prime}\right) = \frac{p_1'}{p_2},$$

à partir de ce système de deux équations, nous pouvons déterminer $E' = \left(x_1^{*\prime}, x_2^{*\prime}\right)$ et

$$ES = x_1^{*\prime} - x_1^{*} \Rightarrow ER = x_1^{*\prime\prime} - x_1^{*\prime}.$$

11.4.1 Substituts parfaits

Soit une variation de prix (Figure 11.7)

$$p_1 > p_2 \rightarrow p_1' < p_2.$$

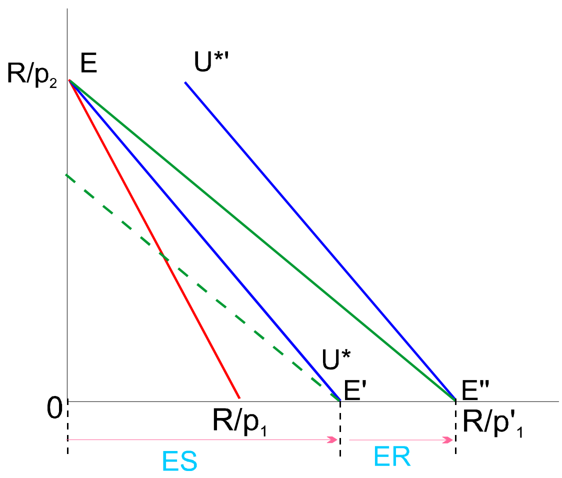


FIGURE 11.7 – Décomposition à la Hicks avec des substituts

11.4.2 Substituts bruts

Un exemple numérique :

$$U = 20x_1x_2$$
$$p_1 = 10,\ p_2 = 5,\ R = 100,$$
$$p_1 \rightarrow p_1' = 5.$$

a) L'optimum initial :

$$\begin{aligned} E &= (x_1^*, x_2^*)\,, \\ TMS(E) &= \boxed{\frac{x_2^*}{x_1^*} = \frac{p_1}{p_2}} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \boxed{x_2^* = 2x_1^*} \\ 10x_1^* + 5\left(2x_1^*\right) &= 100 \Rightarrow x_1^* = 5, x_2^* = 10. \\ E &= (5, 10) \Rightarrow U\left(E\right) = 20.5.10 = 1000. \end{aligned}$$

b) L'optimum final

$$\begin{aligned} E'' &= \left(x_1^{*''}, x_2^{*''}\right), \\ TMS(E'') &= \boxed{\frac{x_2^{*''}}{x_1^{*''}} = \frac{p_1'}{p_2}} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \boxed{x_2^{*''} = x_1^{*''}} \\ 5x_1^{*''} + 5\left(x_1^{*''}\right) &= 100 \Rightarrow x_1^{*''} = 10, x_2^{*''} = 10. \\ E'' &= (10, 10) \Rightarrow U\left(E''\right) = 20.10.10 = 2000. \end{aligned}$$

c) L'optimum intermédiaire et les deux effets

$$\begin{aligned} E' &= \left(x_1^{*\prime}, x_2^{*\prime}\right) \quad \text{tel que} \\ U\left(x_1^{*\prime}, x_2^{*\prime}\right) &= 1000 \Leftrightarrow 20x_1^{*\prime}x_2^{*\prime} = 1000 \\ &\Rightarrow \boxed{x_2^{*\prime} = \frac{50}{x_1^{*\prime}}} \\ TMS\left(E'\right) &= \frac{x_2^{*\prime}}{x_1^{*\prime}} = \frac{50}{x_1^{*\prime 2}} = \frac{p_1'}{p_2} = 1 \\ x_1^{*\prime} &= \sqrt{50} \Rightarrow x_2^{*\prime} = \frac{50}{\sqrt{50}} = \sqrt{50} \\ x_1^{*\prime} &= x_2^{*\prime} \simeq 7.07. \\ E' &= \left(\sqrt{50}, \sqrt{50}\right) \end{aligned}$$

Les deux effets :
pour le bien 1

$$\begin{aligned} ES &: E \rightarrow E' \Rightarrow 7.07 - 5 = 2.07, \\ ER &: E' \rightarrow E'' \Rightarrow 10 - 7.07 = 2.93 \\ ET &: E \rightarrow E'' \Rightarrow 10 - 5 = 5. \end{aligned}$$

Chapitre 12

Offre de travail du consommateur

Nous allons maintenant tenir compte du fait qu'une partie des revenus du consommateur proviennent du travail qu'il fournit sur le marché, contre un salaire horaire. Cela va conduire à l'endogénéisation d'une partie de son revenu et faire apparaître que la décision de consommation va de paire avec celle concernant l'offre de travail.

12.1 La contrainte budgétaire et l'optimum du consommateur

Supposons maintenant qu'en plus des revenus non–salariaux, M, le consommateur reçoit aussi un salaire horaire, w, pour chaque heure de travail qu'il choisit de fournir. Si le consommateur travaille T heures, ses revenus deviennent :

$$T \to wT \to M + wT$$

Pour simplifier l'analyse, mettons dans un cadre à un seul bien. Si la quantité consommée du bien est représentée par C et le prix du bien par p, la contrainte de budget devient alors :

$$p \cdot C = M + wT \tag{12.1}$$

où T est donc l'offre de travail du consommateur. Si la durée légale de travail est H et L représente la demande de loisir du consommateur, nous devons avoir :

$$H = T + L \Rightarrow L = H - T \tag{12.2}$$

La contrainte de budget peut alors être exprimée en termes de consommation, de travail et de loisir :

$$pC - wT = M \Leftrightarrow pC - wT + wH = M + wH$$
$$pC + w\,(H - T) = M + wH$$

$$\underbrace{pC}_{\text{“dépense” de consommation}} + \underbrace{wL}_{\text{“dépense” de loisir}} = \underbrace{M+wH}_{\text{revenus maximaux possibles}} \quad (12.3)$$

$w \cdot L$ correspond alors au coût d'opportunité de L heures de loisir : le revenu salarial que le consommateur sacrifie en choisissant de *consommer* L heures de loisir.

Les préférences du consommateur s'expriment en termes de consommation et de loisir et elles sont représentées par une fonction d'utilité :

$$U(C, L) \text{ avec } \frac{\partial U}{\partial C} > 0, \frac{\partial U}{\partial L} > 0 \quad (12.4)$$

Le problème du consommateur est donc similaire à un problème de choix entre deux biens : la consommation et le loisir.

$$(12.3) \Rightarrow C = \frac{1}{p}(M + wH) - \frac{w}{p}L \quad (12.5)$$

La pente de la contrainte de budget est $-\frac{w}{p}$. La valeur absolue de cette pente est le *salaire réel* qui correspond au pouvoir d'achat du revenu salarial : le nombre d'unité du bien qu'une heure de travail permet d'acheter.

Le problème du consommateur devient alors :

$$\begin{array}{l} \max_{C,L} U(C, L) \\ \text{S.à. } pC + wL = M + wH \end{array} \quad (12.6)$$

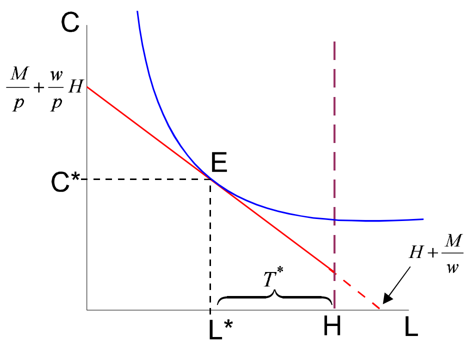


FIGURE 12.1 – Optimum du consommateur : (L^*, C^*)

L'optimum du consommateur correspond alors à la combinaison E (Figure 12.1)

$$E = (C^*, L^*) \quad \text{tel que :}$$

$$\frac{Um_L(C^*, L^*)}{Um_C(C^*, L^*)} = \frac{w}{p} = \text{ salaire réel} \tag{12.7}$$

$$pC^* + wL^* = M + wH \tag{12.8}$$

12.2 Statique comparative

Nous pouvons étudier comment le choix optimal du consommateur réagit aux variations des paramètres de son problème : le revenu non-salarial et les prix.

12.2.1 Effet d'une augmentation du revenu non–salarial

Nous remarquons facilement que le loisir est un bien normal (Figure 12.2) :

$$\Delta M > 0 \Rightarrow \Delta L > 0 \; et \; \Delta T < 0.$$

L'augmentation de M correspond à un déplacement vers le haut de la contrainte de budget du consommateur.

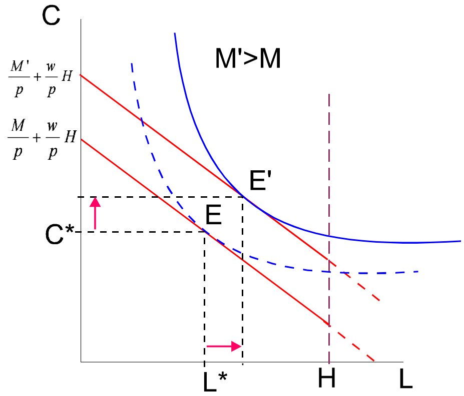


FIGURE 12.2 – Offre de travail et augmentation du revenu non-salarial

L'optimum du consommateur va alors se déplacer dans la direction nord-est dans ce cas et impliquer une augmentation des variables.

12.2.2 Effet d'une augmentation du taux de salaire

Figure 12.3 montre que cette augmentation a deux effets :
- modification du "prix" (le coût d'opportunité) du loisir : $ES < 0$ et $ER_1 < 0$;

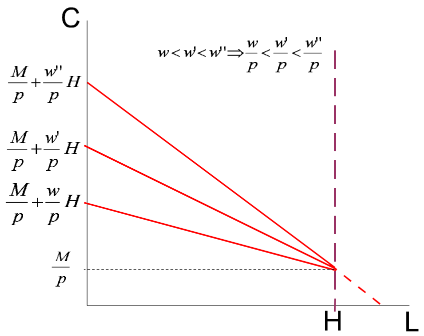


FIGURE 12.3 – Offre de travail et augmentation du salaire horaire

– les revenus totaux de consommateur augmentent et donc il peut consommer autant qu'avant sans travailler plus et même en travaillant moins : $ER_2 > 0$.

$$ET = \underset{<0}{ES} + \underset{<0}{ER_1} + \underset{>0}{ER_2} \gtreqless 0$$

Le signe final dépendra de l'importance des trois effets :

$$(a)\ \frac{\partial L}{\partial w} \geq 0 \text{ si } |ES + ER_1| \leq ER_2$$
$$(b)\ \frac{\partial L}{\partial w} < 0 \text{ si } |ES + ER_1| > ER_2$$

Dans le cas (b) l'offre de travail sera croissante avec le salaire, tandis que dans le cas (a), l'offre de travail sera décroissante. L'effet final n'est donc pas déterminé a priori et on ne peut affirmer qu'une augmentation de salaire va impliquer une offre de travail plus importante.

En général, l'effet ER_2 est croissant avec w : si w est élevé alors le consommateur travaille et consomme déjà considérablement et le loisir à une utilité marginale élevé. Par conséquent une augmentation de salaire va lui permettre d'augmenter son loisir sans pour autant diminuer nécessairement sa consommation : à partir d'un taux élevé $\bar{w}$, l'offre de travail peut par conséquent devenir décroissante avec w (Figure 12.4).

12.3 Application : heures supplémentaires

Supposons que les heures travaillées au de-là de $\bar{T}$ soient considérées comme des heures supplémentaires payées à un salaire horaire plus important :

$$T \in [0, \bar{T}] \rightarrow w,\ (\bar{L} = H - \bar{T})$$
$$T \in]\bar{T}, H] \rightarrow w' > w$$

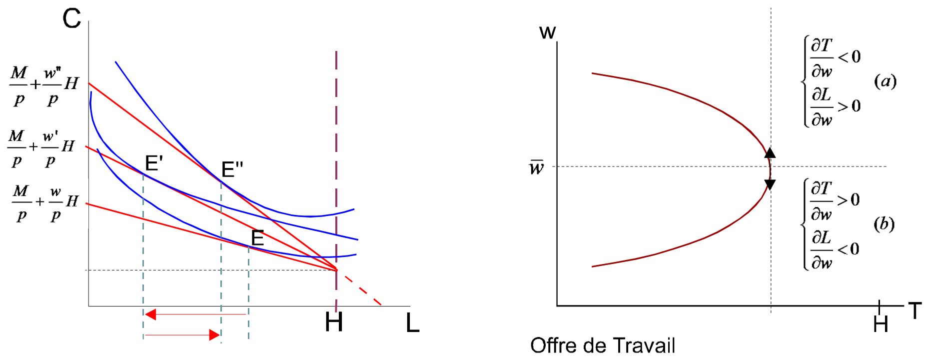


FIGURE 12.4 – Possibilité d'une décroissance de l'offre de travail

La contrainte de budget devient dans ce cas :

$$
\begin{aligned}
pC &= M + wT + (w' - w) \max\{0, T - \bar{T}\} \\
pC + wL &= M + wH + (w' - w) \max\{0, (H - L) - (H - \bar{L})\} \\
pC + wL &= M + wH + (w' - w) \max\{0, \bar{L} - L\}
\end{aligned}
$$

$$
|pente| = \begin{cases} w/p \ \text{ si } \ L \geq \bar{L} \quad (T \leq \bar{T}) \\ w'/p \ \text{ si } \ L < \bar{L} \quad (T > \bar{T}) \end{cases}
$$

Soit E l'optimum avec un taux de salaire unique w (sans le paiement des heures supplémentaires). Nous savons que l'augmentation de w peut avoir un effet négatif sur l'offre de travail (ER_2) .Cet effet est annulé ici car l'augmentation de salaire ne joue que pour le travail supplémentaire que le consommateur déciderait d'offrir et non sur l'ensemble des revenus salariaux.

Il ne reste que (Figure 12.5) :

$$ES + ER_1 < 0 \Rightarrow L^{*'} < L^*.$$

Effet d'un salaire plus élevé ne joue que pour les heures de travail supérieures à $\bar{T}$, sans augmenter le pouvoir d'achat des heures déjà travaillées.

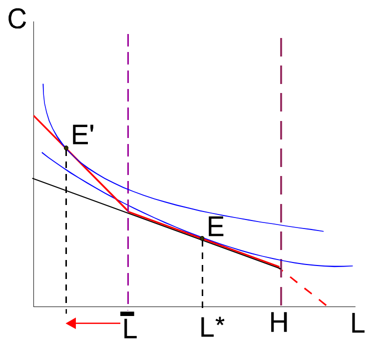


FIGURE 12.5 – Offre de travail et heures supplémentaires

Chapitre 13

Choix intertemporels

Nous allons maintenant nous intéresser aux choix du consommateur dans un cadre dynamique très simple, à deux périodes : "aujourd'hui" et "demain". Cela va faire apparaître un autre arbitrage que le consommateur peut être amené à établir : celui entre la consommation présente (celle d'aujourd'hui) et la consommation future (celle de demain). Les décisions du consommateur vont être conditionnées par sa contrainte de budget qui relie nécessairement ces deux périodes.

13.1 La contrainte de budget intertemporel

Soient C_1 et C_2 les quantités consommées aujourd'hui et demain. p_1 est le prix du bien aujourd'hui et p_2 celui qui qui s'appliquera demain. Les revenus pour les deux périodes sont respectivement R_1 et R_2 (Tableau 13.1).

	Période 1	Période 2
Revenus	R_1	R_2
Prix	p_1	p_2
Consommations	C_1	C_2

TABLE 13.1 – Composantes de la contrainte de budget intertemporel

S'il consomme tout à la première période :

$$C = R/p_1.$$

S'il ne consomme pas la totalité son revenu de la première période :

$$p_1C_1 < R_1 \Rightarrow R_1 - p_1C_1 = S$$

ou de manière générale

$$p_1C_1 + S = R_1. \tag{13.1}$$

où S est l'épargne du consommateur.

Considérons maintenant que le consommateur peut placer cette épargne dans le système financier, qui lui rapporte des intérêts avec i, le taux d'intérêt dans l'économie. Il obtiendra alors à la seconde période :

$$S \Rightarrow S + i \cdot S = (1+i)\,S \tag{13.2}$$

Exemple : s'il place 100€ à 10% pendant 1 an, il obtient :

$$100 + 0.1 \cdot 100 = 100 + 10 = 1.1 \cdot 100 = 110.$$

La contrainte de budget de seconde période est donc :

$$p_2 C_2 = R_2 + (1+i)\,S \tag{13.3}$$

et à la première période nous avions (équation (13.1))

$$p_1 C_1 + S = R_1.$$

En isolant S dans ces deux équations :

$$S = R_1 - p_1 C_1 = \frac{p_2 C_2 - R_2}{1+i}$$

En partant de la relation (13.2), nous pouvons remarquer qu'il est équivalent pour le consommateur de disposer d'une somme M demain ou d'une somme $X = \dfrac{M}{1+i}$ aujourd'hui car en plaçant X aujourd'hui dans le système financier il aurait exactement le montant M à sa disposition demain

$$X = \frac{M}{1+i}$$

On appelle alors X la *valeur actualisée* de M : le montant équivalent aujourd'hui à M dont on disposera demain. Nous pouvons alors reformuler la contrainte de budget de l'agent en termes de valeurs actualisées :

$$\Rightarrow p_1 C_1 + \underbrace{\frac{p_2 C_2}{1+i}}_{\text{valeur actualisée de la consommation future}} = R_1 + \underbrace{\frac{R_2}{1+i}}_{\text{valeur actualisée du revenu futur}} \tag{13.4}$$

Ce qui nous donne la contrainte de budget intertemporel du consommateur .

Soit a, le taux d'inflation anticipée par le consommateur pour la seconde période. Sans perte de généralité, nous pouvons normaliser les prix :

$$p_1 = 1, \quad p_2 = 1 + a \tag{13.5}$$

$$a \equiv \frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{(1+a)-1}{1} \tag{13.6}$$

Le prix relatif actualisé à la période 1 du bien 2 en termes de bien 1 est alors donné par

$$\sigma \equiv \frac{p_2/\,(1+i)}{p_1} = \frac{1+a}{1+i} \tag{13.7}$$

De plus, nous pouvons poser

$$R \equiv R_1 + \frac{R_2}{1+i}. \tag{13.8}$$

La contrainte de budget (13.4) devient alors :

$$C_1 + \frac{1+a}{1+i} \cdot C_2 = R \tag{13.9}$$

Pour la représentation graphique, nous pouvons exprimer cette contrainte dans le plan (C_1, C_2) :

$$C_2 = \frac{1+i}{1+a}R - \frac{1+i}{1+a}C_1$$

Dans le plan (C_1, C_2), la **pente** de cette contrainte en valeur absolue est :

$$\frac{1+i}{1+a} = 1 + r \tag{13.10}$$

où r est le taux d'intérêt réel, avec

$$\begin{cases} r > 0 \;\Leftarrow\; \dfrac{1+i}{1+a} > 1 \Leftrightarrow 1+i > 1+a \Leftrightarrow i > a, \\ r \leq 0 \;\Leftarrow\; \dfrac{1+i}{1+a} < 1 \Leftrightarrow 1+i < 1+a \Leftrightarrow i < a. \end{cases} \tag{13.11}$$

Une forme simplifiée est :

$$\begin{aligned} &1+i = (1+a)(1+r) \Leftrightarrow i = r + a + ar \Leftrightarrow r = i - a - ar \\ &\text{si } ar \simeq 0, \quad r \simeq i - a. \end{aligned} \tag{13.12}$$

Exemple : Si un placement rapporte 10% et si le taux d'inflation anticipée est de 3%, le taux d'intérêt réel est de 7%.

Toutes les droites de budget passent nécessairement par

$$\begin{aligned} &E_0 = \left(C_1^0, C_2^0\right) = (R_1/p_1, R_2/p_2) = \left(R_1, \frac{R_2}{1+a}\right) \\ &(S = 0) \end{aligned}$$

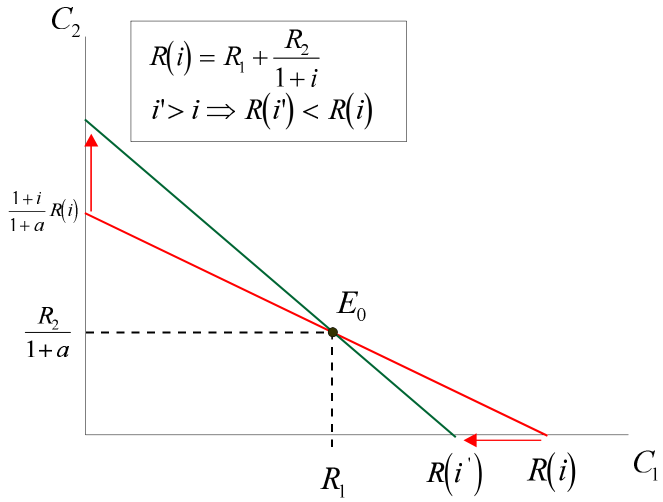


FIGURE 13.1 – Contrainte de budget intertemporel

Si le consommateur décide de tout consommer à la première période, nous aurons :

$$C_2 = 0, \; C_1 = R \qquad (\text{la } \textit{richesse} \text{ de l'individu}) .$$

Nous obtenons donc la représentation graphique de la contrainte de budget, donnée en Figure 13.1.

Nous pouvons représenter les possibilités d'endettement et d'épargne pour le consommateur, en fonction des quantités consommées à la première période (Figure 13.2). Epargne si $p_1 C_1 \leq R_1$,endettement sinon.

13.2 Optimum du consommateur

La satisfaction du consommateur provient de ses consommations des deux périodes. Nous pouvons alors formuler le problème du consommateur de la manière habituelle :

$$\max \; U(C_1, C_2)$$
$$S.à. \; C_1 + \frac{1+a}{1+i} \cdot C_2 = R$$

L'optimum sera atteint au point de tangence de la courbe d'indifférence la plus élevée possible du consommateur avec sa contrainte de budget. Figure 13.3 représente une situation où le consommateur est prêteur à l'optimum.

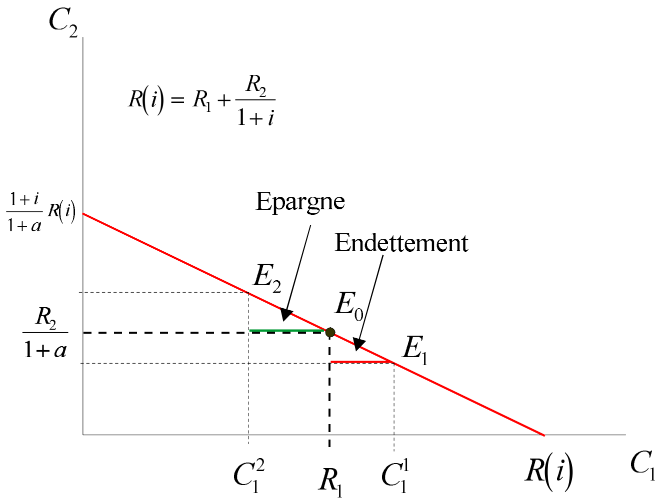


FIGURE 13.2 – Consommation et endettement/épargne du consommateur

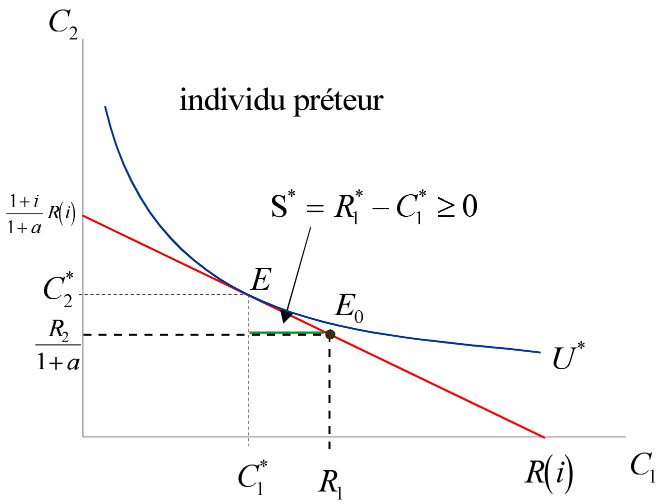


FIGURE 13.3 – Optimum intertemporel du consommateur

Par ailleurs, nous pouvons aussi partir de la substitution entre les consommations intertemporelles du consommateur et caractériser cette substitution par le concept de taux d'escompte psychologique du consommateur (ρ) :

$$\begin{aligned} TMS\,(C_1, C_2) = -\frac{dC_2}{dC_1} = \frac{\partial U/\partial C_1}{\partial U/\partial C_2} \equiv 1+\rho \\ \Rightarrow \rho = -\frac{dC_2}{dC_1} - 1 \end{aligned} \tag{13.13}$$

ρ représente donc la quantité de bien que le consommateur demanderait **en plus** à la seconde période pour accepter de baisser d'une unité sa consommation de la première période. Cela mesure sa *préférence pour le présent* :

$$\rho > 0 \text{ si } |dC_2| > |dC_1| \tag{13.14}$$

une unité de bien aujourd'hui *vaut* plus d'une unité de demain. Et donc le consommateur ne va accepter de retarder sa consommation que s'il peut consommer plus demain.

Nous pouvons définir l'optimum du consommateur avec ces nouveaux concepts (ρ et r) :

$$\begin{aligned} E = (C_1^*, C_2^*)\ : \\ TMS\,(C_1^*, C_2^*) = 1+r \\ \Leftrightarrow 1+\rho = 1+r \Rightarrow \boldsymbol{æ} = \mathbf{r} \end{aligned} \tag{13.15}$$

$$\text{et } C_1^* + \frac{1}{1+r} \cdot C_2^* = R. \tag{13.16}$$

$\rho = r$: l'optimum est atteint quand la préférence pour le présent du consommateur est exactement compensée par la consommation future qu'elle obtiendra grâce à chaque unité de bien épargnée aujourd'hui.

Pour démontrer la nécessité de cette condition, procédons par l'absurde. Supposons qu'on ait $r > \rho$ à l'optimum. Dans ce cas, s'il baisse sa consommation présente de 1 unité, la consommation future augmentera de r unités. Or il lui aurait suffit d'avoir ρ unités en plus à la seconde période pour garder le même niveau d'utilité. Donc il améliore sa satisfaction dans ce cas et par conséquent la situation initiale $(r > \rho)$ ne peut correspondre à un optimum.

A l'optimum, on doit nécessairement avoir : $\rho = r$ (Condition 13.15).

13.3 Statique comparative

13.3.1 Taux d'intérêt et arbitrage consommation-épargne

Considérons maintenant l'effet d'une modification du taux d'intérêt sur l'optimum du consommateur. La variation de i a deux effets :

(a) le prix relatif $\sigma = \dfrac{1+a}{1+i}$ se modifie ;

(b) la richesse $R = R_1 + \dfrac{R_2}{1+i}$ se modifie.

$\frac{d}{di}\left(R_1 + \dfrac{R_2}{1+i}\right) = -\frac{R_2}{(1+i)^2}$

Ce qui va être déterminant est l'effet final.

Soit $C_1^* = C_1(R, \sigma)$, la consommation optimale de la première période étant donnés le prix relatif des biens et la richesse de l'agent. Nous pouvons alors décomposer l'effet de la variation de i sur la consommation optimale de la première période :

$$\frac{dC_1^*}{di} = \underbrace{\frac{\partial C_1^*}{\partial R}}_{(i)>0}\underbrace{\frac{dR}{di}}_{(ii)\gtreqless 0} + \underbrace{\frac{\partial C_1^*}{\partial \sigma}}_{(iii)>0}\underbrace{\frac{d\sigma}{di}}_{(iv)<0} \tag{13.17}$$

ou, de manière symétrique :

$$\frac{dS^*}{di} = -\frac{dC_1^*}{di} \tag{13.18}$$

Nous observons bien sûr que :

- (iii) et (iv) composent l'effet de prix relatif (a). Cet effet joue dans le sens contraire de la variation de i .
- (i) et (ii) correspondent à l'effet sur le revenu (b).

$(i) > 0$ si le bien est normal. Le signe de (ii) dépend de la nature du transfert que le consommateur avait choisi d'effectuer à son optimum initial (épargne ou dette) car la variation de i joue un rôle amplificateur sur l'épargne ou la dette de l'agent :

$$\frac{d\ |S| \cdot (1+i)}{di} > 0$$

Nous avons deux cas possibles :

$(*)$ si l'individu était prêteur $(S > 0)$, dans ce cas il percevra plus d'intérêt à la seconde période et tout se passera comme s'il disposait de plus de revenu : $\dfrac{dR}{di} > 0 \Rightarrow \dfrac{dC_1^*}{di} \overset{?}{\gtreqless} 0 \Leftrightarrow \dfrac{dS^*}{di} \overset{?}{\gtreqless} 0,$

$(**)$ si l'individu était débiteur $(S < 0)$, il aura à rembourser plus d'intérêt à la seconde période et tout se passera comme si ses revenus avaient baissé : $\dfrac{dR}{di} < 0 \Rightarrow \dfrac{dC_1^*}{di} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{dS^*}{di} > 0.$

Dans le cas $(**)$, l'effet final est claire. Dans le cas $(*)$, plus S est faible $(S < S_0)$, plus l'effet (b) est faible et l'effet (a) pourra le dominer :$\dfrac{dC_1^*}{di} < 0 \Rightarrow \dfrac{dS^*}{di} > 0$. Inversement, si S est suffisamment fort $(S > S_0)$, nous pouvons avoir

$$\frac{dC_1^*}{di} > 0 \Rightarrow \frac{dS^*}{di} < 0.$$

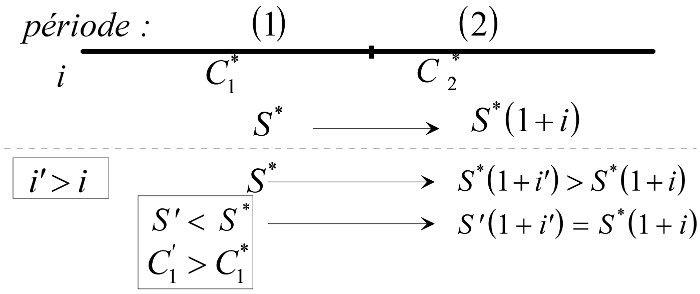


FIGURE 13.4 – Effet revenu à travers l'épargne et l'endettement

Figure 13.4 résume l'effet revenu qui a lieu à travers le taux d'intérêt et l'épargne.

Etant données ses préférences, le consommateur n'acceptera d'épargner que si le taux d'intérêt est suffisamment élevé (Figure 13.5) :

$$i > i_0 \Rightarrow S > 0,$$
$$i = i_0 \Rightarrow S = 0,$$
$$i < i_0 \Rightarrow S < 0.$$

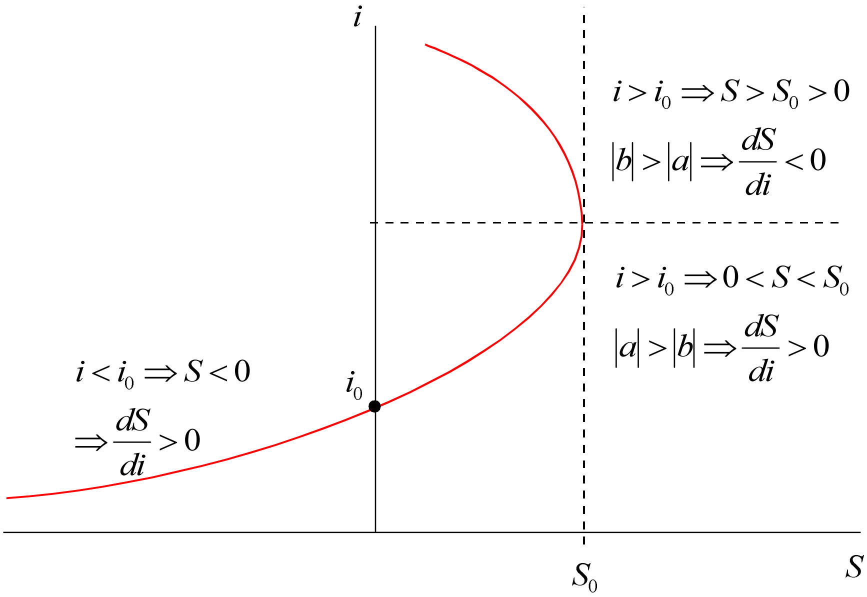


FIGURE 13.5 – Effet final du taux d'intérêt sur l'épargne nette

13.3.2 Effet du taux d'inflation

Si a augmente, $\sigma = \dfrac{1+a}{1+i}$ augmente et la consommation future devient relativement plus chère (Figure 13.6).

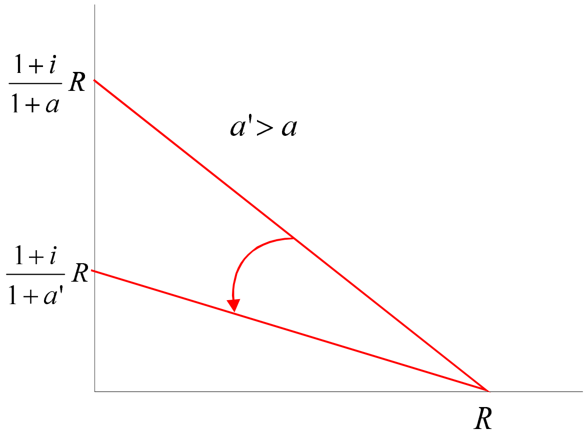


FIGURE 13.6 – Effet de a sur la contrainte de budget intertemporelle

De manière similaire, la diminution de r rend l'épargne moins attrayante : la consommation présente augmente au détriment de l'épargne et de la consommation future.

Troisième partie

Equilibre des marchés concurrentiels

Chapitre 14

Equilibre partiel sur un marché concurrentiel

Dans les premières parties nous avons étudié comment se déterminent les demandes des consommateurs et les offres des firmes. Nous allons maintenant nous intéresser à l'interaction de ces demandes et de ces offres sur les marchés des biens. Ce chapitre étudie la situation d'un marché concurrentiel en isolation du reste de l'économie. Le chapitre suivant s'intéressera plus particulièrement aux interactions entre les marchés et l'établissement de l'équilibre général de l'économie. Ces analyses seront menées dans le cadre très simple des marchés concurrentiels. Les prochains parties vont introduire des formes de marché dans lesquels le pouvoir stratégique des firmes va jouer un rôle important.

Nous allons commencer par la précision de ce que nous entendons par le concept de *marché concurrentiel*.

14.1 Propriétés d'un marché concurrentiel (Concurrence parfaite)

(a) L'homogénéité du produit. Les biens sont parfaitement identiques.

Conséquence : Chaque consommateur est prêt à acheter le bien chez n'importe quel producteur.

Conséquence : Aucun agent ne peut imposer son prix (de vente ou d'achat) sur le marché.

(b) La libre entrée.

Conséquence : Des profits positifs attirent de nouvelles firmes.

(c) La transparence. Tous les agents sont parfaitement informés sur les prix auxquels s'effectuent les transactions.

Conséquence : Les transactions s'effectuent à un prix unique : le prix de marché.

Conséquences conjointes de ces propriétés :

– C'est l'ensemble des comportements des agents qui détermine le prix de marché.

Chaque agent individuel prend ce prix comme une donnée (il est *price taker*).
- Comment se détermine le prix de marché ?
  prix $\longrightarrow$ quantités que chaque firme veut vendre (son offre individuelle)
  prix $\longrightarrow$ quantités que chaque consommateur veut acheter (sa demande individuelle)
  $\Rightarrow \sum$ offres individuelles = Offre globale
  $\sum$ demandes individuelles = Demande globale
  Équilibre de marché : Offre globale = Demande globale $\longrightarrow$ prix d'équilibre.
- A long terme les opportunités de profits doivent disparaître du fait de l'entrée de nouvelles firmes.
  D'où la distinction entre l'équilibre de long terme et l'équilibre de court terme.

14.2 Offre et demande globales

Un marché concurrentiel de n consommateurs et m firmes.

14.2.1 Demande globale

La demande individuelle du consommateur i : $x^i\left(p\right), i = 1 \ldots n$.

A un prix donné p, la quantité totale demandée sur le marché = la somme des quantités demandées par chaque consommateur :

$$D\left(p\right) = \sum_{i=1}^{n} x^i\left(p\right), \quad D' \leq 0$$

si le bien n'est pas un bien de Giffen (Figure 14.1).

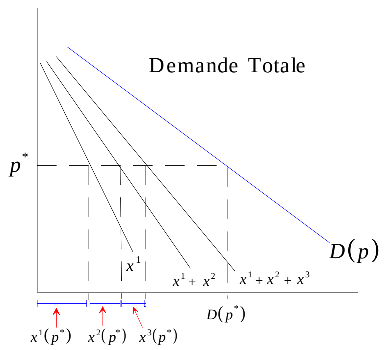


FIGURE 14.1 – La demande totale sur le marché

Les réactions de cette demande aux variations de prix sont mesurées par son élasticité–prix :

$$\varepsilon_{D,p} = D'\left(p\right) \cdot \frac{p}{D\left(p\right)} \leq 0$$

si le prix augmente de 1%, la demande diminue de $\varepsilon_{D,p}$%.

14.2.2 Offre globale

Pour une prix p, chaque firme offre $q^j(p)$, $j = 1 \ldots m$.
Les quantités totales offertes sur la marché sont alors données par l'offre globale :

$$O(p) = \sum_{i=1}^{m} q^j(p), \quad O' \geq 0$$

si le coût marginal est non–décroissant (Figure 14.2).

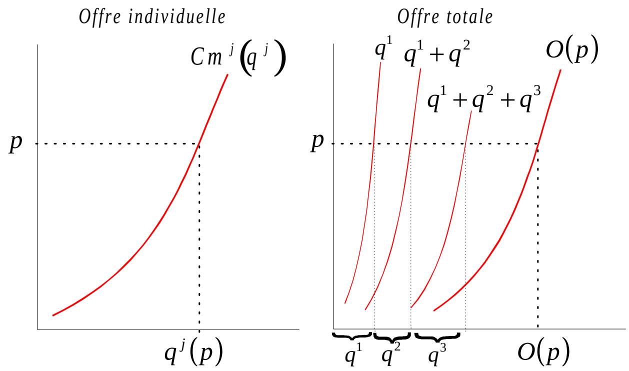


FIGURE 14.2 – L'offre totale sur le marché

Si les firmes peuvent ajuster tous les facteurs de production alors l'offre globale doit être calculée à partir des offres individuelles de long terme.

14.3 Équilibre de court terme

A court terme il n'y a pas d'entrées et de sorties : le nombre de firmes est donné.

Definition 1 *Sur un marché concurrentiel, l'équilibre sera donné par un prix de marché p^*, des quantités achetées par chaque consommateur x^{i*}, et les quantités vendues par chaque producteur q^{j*} tels que :*
a) *au prix p^*, chaque consommateur maximise sa satisfaction : $x^{i*} = x^i(p^*)$,*
b) *au prix p^*, chaque producteur maximise son profit : $q^{j*} = q^j(p^*)$,*
c) *la somme des quantités vendues est égale à la somme des quantités achetées :*

$$\sum_{i=1}^{n} x^{i*} = \sum_{j=1}^{m} q^{j*}.$$

En utilisant *(a)*,*(b)* et *(c)* simultanément, nous obtenons la conditions suivante (Figure 14.3) :

p^* est un prix d'équilibre si et seulement si :

$$\sum_{i=1}^{n} x^i(p^*) = \sum_{j=1}^{m} q^j(p^*) \Leftrightarrow D(p^*) = O(p^*).$$

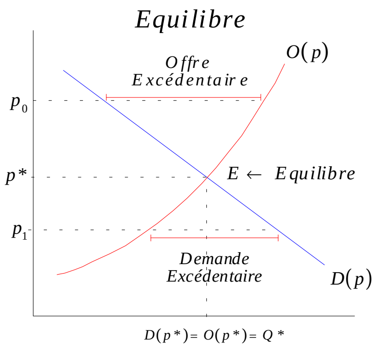


FIGURE 14.3 – Equilibre sur le marché

Trois propriétés de l'équilibre sont cruciales :

i) l'existence. Est-ce que l'équilibre existe (Figure 14.4) ?

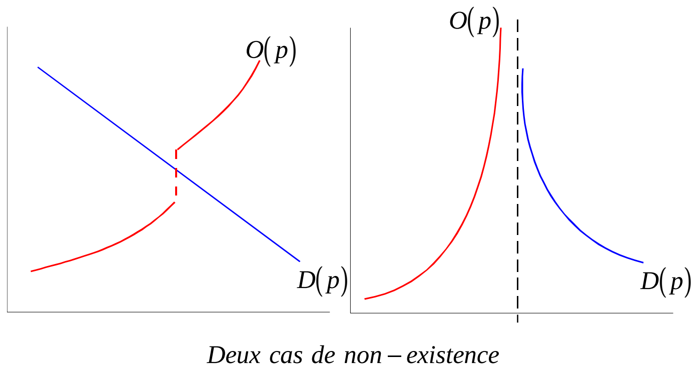


FIGURE 14.4 – Non-existence de l'équilibre

ii) l'unicité. Est-ce que l'équilibre est unique (Figure 14.5) ?

iii) la stabilité. Le marché converge-t-il vers l'équilibre si l'économie part initialement d'une situation de demande ou d'offre excédentaire ?

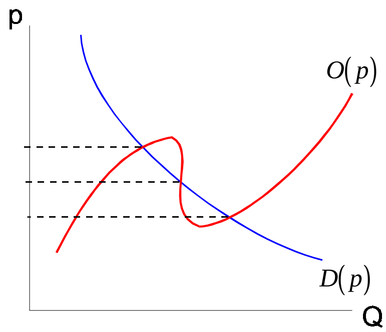


FIGURE 14.5 – Multiplicité des équilibres

14.4 Équilibre concurrentiel de long terme

14.4.1 Le Long terme technologique

A long terme les firmes peuvent ajuster les quantités de tous les facteurs de production.

Nous devons donc utiliser les fonctions d'offre de long terme :

$$Cm^j_{LT}\left(q^j\right) = p \Leftrightarrow O^j_{LT}\left(p\right) = q^j.$$

L'offre globale de long terme est alors donnée par

$$O_{LT}\left(p\right) = \sum_{j=1}^{m} O^j_{LT}\left(p\right), \quad m \text{ donné.}$$

Sans la contrainte des facteurs fixes, la firme peut réagir pleinement aux variations de prix.

A long terme, la fonction d'offre a une pente plus faible qu'à court terme (Figure 14.6) :

14.4.2 Le long terme du point de vue de la structure de marché

A long terme il y a aussi l'entrée de nouvelles firmes sur le marché et la sortie de celles qui n'arrivent plus à atteindre des profits positifs.

Une remarque terminologique :

Trois types de terminologies équivalentes :

i) $\begin{cases} 14.4 \longrightarrow CT \\ (14.5.1 + 14.5.2) \longrightarrow LT \end{cases}$ les deux ajustements pris en compte simultanément.

ii) $\begin{cases} 14.4 \longrightarrow CT \\ 14.5.1 \longrightarrow \text{Moyen Terme} \\ 14.5.2 \longrightarrow LT \end{cases}$

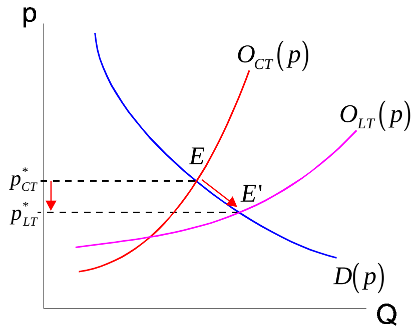


FIGURE 14.6 – Ofrre concurrentielle de long terme

$$iii)\begin{cases} 14.4 \longrightarrow CT \\ 14.5.1 \longrightarrow \ LT \\ 14.5.2 \longrightarrow \text{Très long terme} \end{cases}$$

A partir d'un équilibre de court terme avec m firmes et un prix d'équilibre p^* (Figure 14.7) :

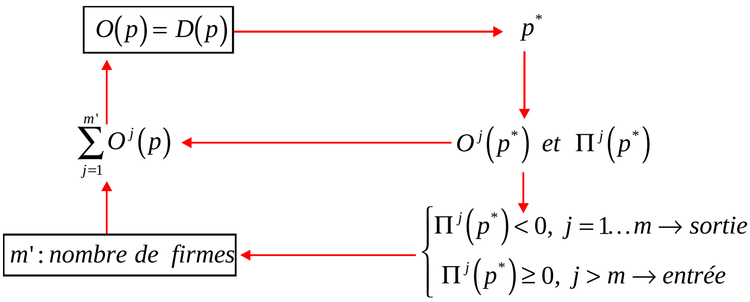


FIGURE 14.7 – Ajustements vers l'équilibre de LT

C'est un ajustement continu : nous avons des équilibres de court terme successifs suite à la sortie et à l'entrée de nouvelles firmes.

Et l'équilibre final ?

Si ce processus s'arrête pour un nombre de firmes m^* alors $(m^*, p^*(m^*))$ est l'équilibre de long terme.

Definition 2 ***Un équilibre de long terme*** *d'un marché concurrentiel est donné par*

- *un prix p^* pour le bien,*
- *une liste des firmes actives choisies à partir de la liste de toutes les firmes potentiellement actives,*
- *pour chaque firme, un plan de production tel que*
  - *chaque firme maximise son profit en prenant le prix (a) comme une donnée,*
  - *pour chaque firme active, ce profit maximal est non–négatif,*

- *chaque firme inactive ferait au mieux des profits non–positifs si elle décidait de devenir active,*
- *l'offre totale des firmes actives, qui est la somme de leur plan de production au prix p^*, est exactement égale à la demande de marché à ce prix.*

Comment déterminer cet équilibre de long terme ?

Prenons un marché où toutes les firmes ont la même technologie représentée par la fonction de coût (de long terme) $C(q)$. A cette fonction correspond la fonction de coût moyen $CM(q)$ .Nous pouvons calculer l'output q^* qui **minimise** les coûts moyens et nous pouvons en déduire le niveau minimum du coût moyen :

$$\min_q CM(q) \rightarrow q^* \Rightarrow CM(q^*) = \underline{p} \tag{14.1}$$

$$p \geq \underline{p} \Rightarrow \Pi^j(p) \geq 0$$

$$\forall q, \quad p < \underline{p} \Rightarrow pq < q.CM(q) \Leftrightarrow \Pi^j(p) < 0.$$

$\underline{p}$ est donc le seuil de rentabilité. Ainsi, tout prix de marché $p \geq \underline{p}$ permet à la firme d'atteindre des profits positifs.

Notons par $O^n(p)$ l'offre totale quand il y a n firmes identiques

$$O^n(p) = \sum_{j=1}^{n} O^j(p) = n \cdot O^j(p). \tag{14.2}$$

Nous pouvons représenter cette fonction pour les différents nombres de firmes sur le marché, suite à l'entrée séquentielle des firmes, si elles anticipent des profits positifs sur ce marché (Figure 14.8) :

$$\begin{aligned}
n = 1 \rightarrow O^1(p) \rightarrow p_1 > \underline{p} \rightarrow \Pi^j(p_1) > 0 \\
\rightarrow n = 2 \rightarrow O^2(p) \rightarrow p_2 > \underline{p} \rightarrow \Pi^j(p_2) > 0 \\
\rightarrow n = 3 \rightarrow O^3(p) \rightarrow p_3 > \underline{p} \rightarrow \Pi^j(p_3) > 0 \\
\rightarrow n = 4 \rightarrow O^4(p) \rightarrow p_4 < \underline{p} \rightarrow \Pi^j(p_4) < 0 \\
\Rightarrow n^* = 3, \quad p^* = p_3.
\end{aligned}$$

14.5 La courbe d'offre concurrentielle de long terme

A partir du graphique précédent nous pouvons construire la courbe d'offre de long terme qui tient compte des différentes firmes qui peuvent survivre sur le marché (Figure 14.9).

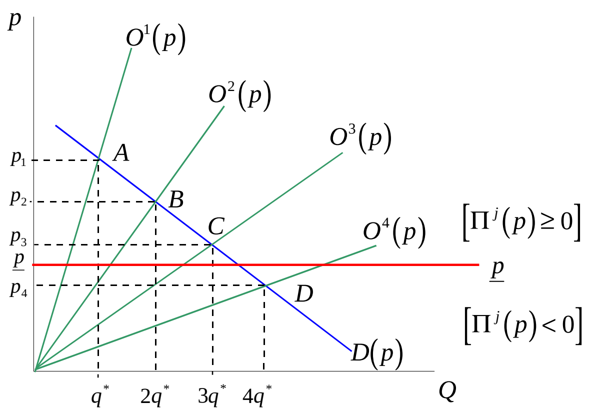


FIGURE 14.8 – Convergence vers l'équilibre de LT

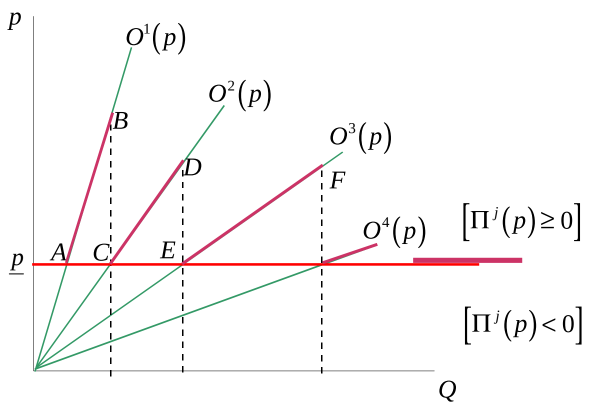


FIGURE 14.9 – Courbe d'offre de LT

Cette courbe d'offre est donc donnée par les segments de droite

$$[AB] + [CD] + [EF] + \cdots$$

qui ont une pente de plus en plus faible au fur et à mesure que le nombre de firmes actives augmente. Pour un nombre de firmes suffisamment élevé, cette courbe devient une droite horizontale au niveau de $\underline{p}$. L'équilibre de long terme s'établit alors à l'intersection de cette courbe d'offre avec la courbe de demande.

14.6 La signification des profits nuls

$p = \underline{p} = \min CM(\cdot)$ implique des profits nuls pour toutes les firmes actives à long terme. Mais il ne faut pas oublier que la fonction de coût inclut la rémunération de tous les facteurs de production et en particulier, du capital et donc de l'investissement. C'est pour cette raison que les firmes restent sur le marché même si elles font des profits nuls.

Dès qu'il apparaît un secteur qui permet des profits positifs, il attire les capitaux vers lui. Par conséquent, la maximisation du profit conduit l'économie à une allocation où les ressources sont affectées aux secteurs qui ont le plus de "valeur" pour la société.

14.7 Le surplus collectif sur le marché

A partir du surplus des consommateurs et celui de producteurs, nous pouvons déterminer le surplus social sur le marché : c'est le bien-être global que l'existence d'un marché apporte à la société. C'est la somme des surplus de tous les consommateurs et de tous les producteurs.

Partons de la situations de m firmes identiques qui produisent chacune q_0. La production totale est de $Q_0 = m \cdot q_0$ et cette production sera écoulée au prix p_0 : $Q_0 = D(p_0)$.Nous pouvons alors représenter les différents surplus pour ce niveau quelconque de production (Figure 14.10) ou pour les niveaux d'équilibre p_0 et Q_0 (Figure 14.11).

$$S^C = Surface\,(p_0BC)$$
$$S^P = Surface\,(Ap_0CD)$$
$$S^S = S^C + S^P.$$

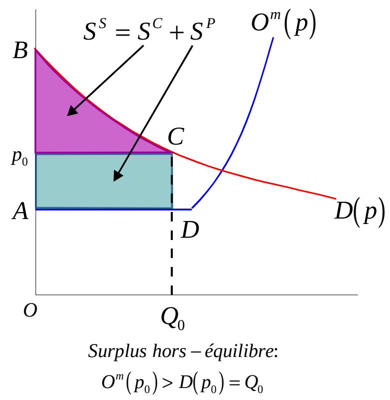


FIGURE 14.10 – Surplus social (Q quelconque)

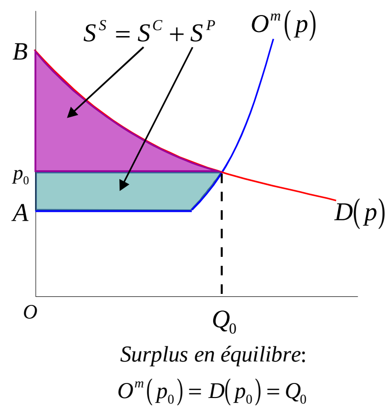


FIGURE 14.11 – Surplus social à l'équilibre du marché

Chapitre 15

Equilibre général d'une économie d'échange

Les économies sont rarement formées d'un marché unique. Elles correspondent à un système de marchés. Le problème de l'interdépendance des décisions des agents sur les différents marchés apparaît alors. La demande sur un marché sera dépendante de celle sur un autre marché ou même, de l'offre sur un autre marché. L'équilibre doit alors être atteint au niveau du système de marchés : le déséquilibre sur un marché se répercutera sur les autres.

L'équilibre partiel ne permet pas de tenir compte de ces interdépendances car on raisonne *ceteris paribus*, comme si le fonctionnement du marché qu'on étudie n'avait pas d'impact sur l'équilibre des autres, comme si les revenus des consommateurs restaient constants, leur demande restait stable et comme si l'offre des firmes ne dépendait pas de ce qui se passe sur les marchés des inputs. Ces interdépendances apparaissent uniquement si l'on s'intéresse à l'équilibre général du système de marchés.

Par souci pédagogique, nous allons nous limiter à un cadre simple qui correspond au problème d'échange dans une économie à deux biens, formée de deux agents. Les marchés seront concurrentiels. Ce cadre suffira pour établir les propriétés principales de l'équilibre Walrasien (**Léon Walras**, 1834–1910).

15.1 Une économie d'échanges pures

Nous nous plaçons dans une économie où la quantité totale de biens est donnée (il n'y a pas de production). Nous avons alors uniquement des consommateurs qui, à partir de leur dotations initiales de biens, procèdent à des échanges en vue d'améliorer leur bien-être.

15.1.1 Représentation du processus d'échange (le diagramme d'Edgeworth)

Soit une économie formée de deux consommateurs et de deux biens (Figure 15.1). Les quantités disponibles de ces biens sont fixes et elles sont initialement réparties entre les deux consommateurs (*dotations initiales*). Nous indexerons les consommateurs par $i = 1, 2$ et les biens par $h = 1, 2$. La quantité ω_h^i représente la dotation initiale du consommateur i en bien h. ω_1^2 représente, par exemple, la dotation du consommateur 2 en bien 1.

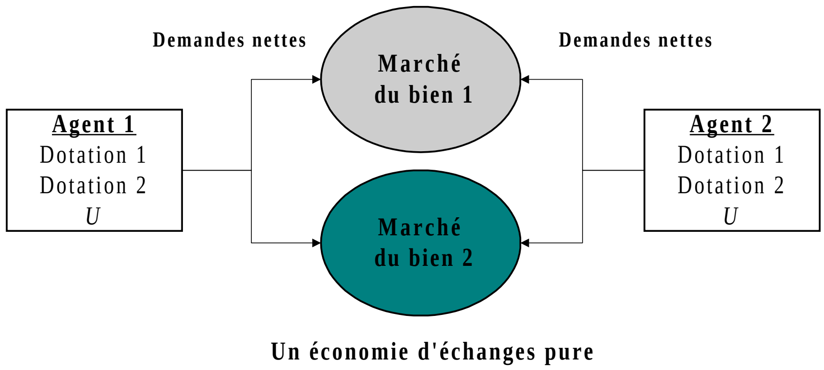


FIGURE 15.1 – Une économie d'échange simple

Grâce à l'échange, les consommateurs sont capables d'adapter leur consommation à leurs goûts. Ces consommations finales sont données par x_h^i. Par exemple x_1^2 est la consommation de bien 1 du consommateur 2 qui disposait initialement de ω_1^2.

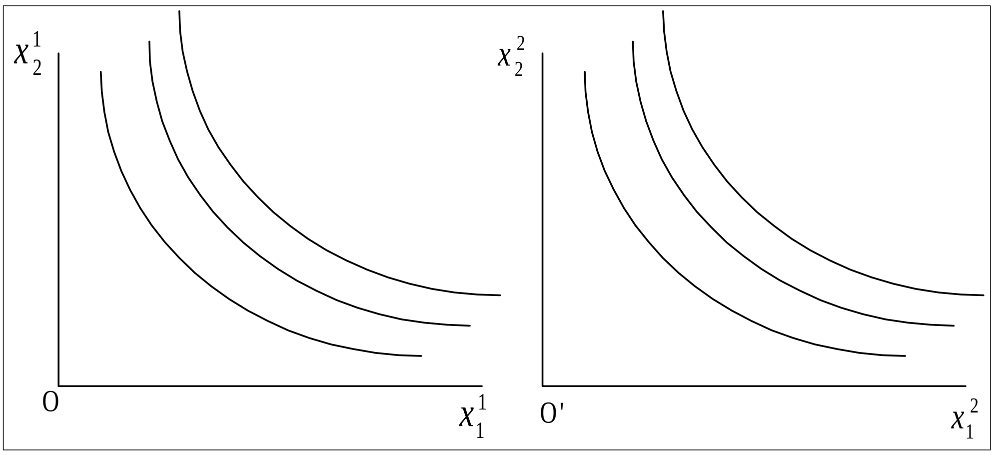


FIGURE 15.2 – Les deux cartes d'indifférence

Chaque consommateur cherche à maximiser son utilité. Ses niveaux d'utilité correspondants aux différents paniers de bien sont représentés par sa carte d'indifférence.

Respectivement, les cartes d'indifférence du consommateur $i = 1$ (O) et $i = 2$ (O') sont données par les deux graphiques de Figure 15.2). Pour obtenir la boîte d'Edgeworth, nous combinons ces deux graphiques de manière à obtenir un double système d'axes dans le même graphique. Nous obtenons alors la boîte d'Edgeworth dont la taille est donnée par les quantités disponibles des deux biens (Figures 15.3 et 15.4).

$$\omega_1 = \omega_1^1 + \omega_1^2$$
$$\omega_2 = \omega_2^1 + \omega_2^2$$

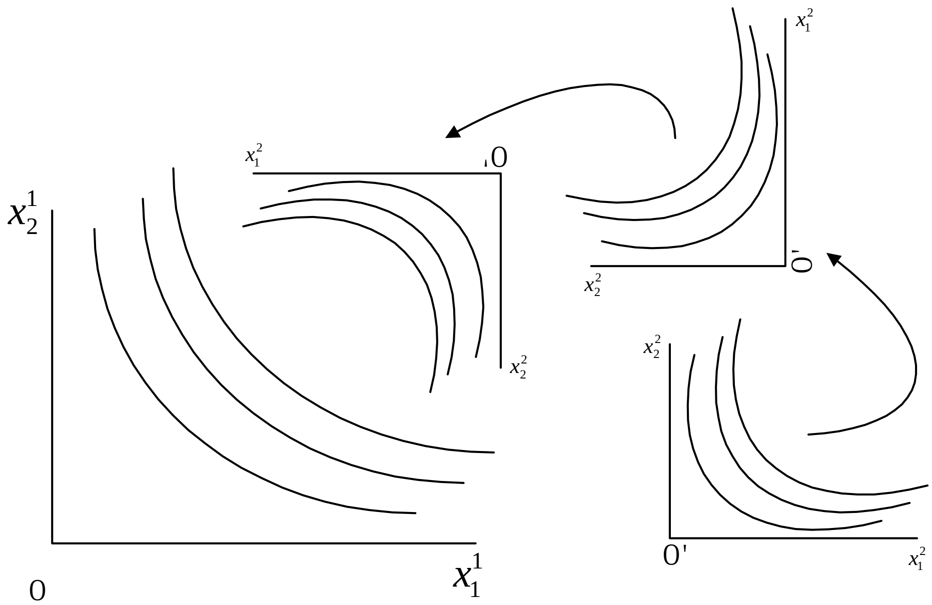


FIGURE 15.3 – Construction de la boîte d'Edgeworth

Dans Figure 15.4, le point A correspond à une distribution possible des dotations initiales. Dans ce cas (ω_1^1, ω_2^1) représente le panier de biens que le consommateur $i = 1$ peut consommer s'il ne participe pas à l'échange (sa consommation en autarcie). Ce point correspond aussi au panier (ω_1^2, ω_2^2) pour le consommateur $i = 2$. La situation initiale correspond donc aux niveaux de satisfaction

$$U^i\left(\omega_1^i, \omega_2^i\right), \quad i = 1, 2$$

L'échange permet aux consommateurs d'atteindre n'importe quel point dans la boîte d'Edgeworth. Mais un consommateur ne participera à cet échange que si et seulement si cela améliore son bien-être par rapport à la situation initiale (si et seulement si cela correspond à une courbe d'indifférence plus élevée par rapport au point initial. Soit A cette dotation initiale. Nous représentons dans Figure 15.5 la situation des deux consommateurs.

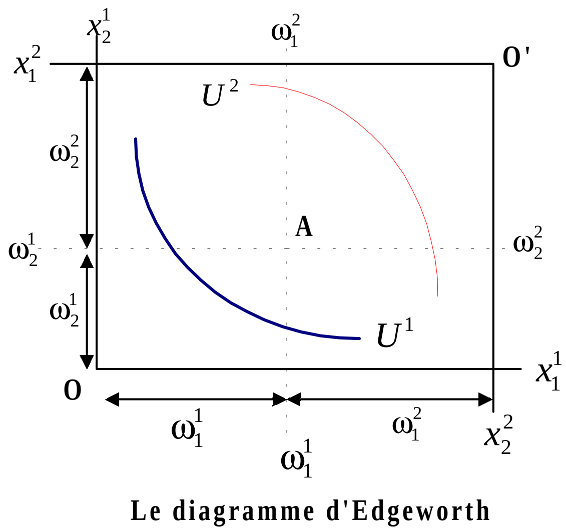


FIGURE 15.4 – La boîte d'Edgeworth

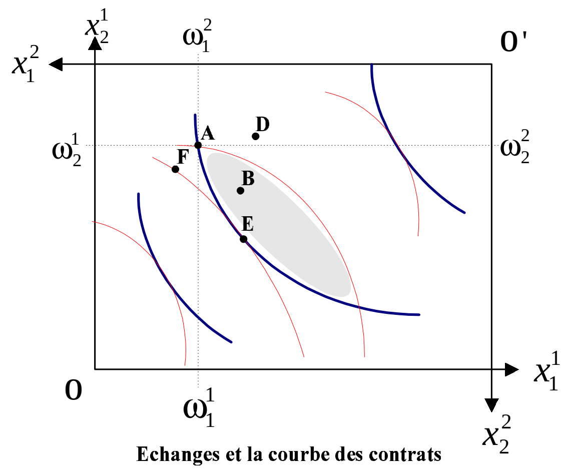


FIGURE 15.5 – Une situation d'échange

Dans Figure 15.5, à partir du point A, le consommateur 1 est prêt à obtenir le panier D mais le consommateur 2 n'acceptera pas un tel échange car sa satisfaction serait plus faible (il s'approche de O'). La situation inverse s'observe pour le panier F. Par contre, les deux consommateurs seraient prêts à échanger en vue d'atteindre le panier B. Le consommateur 1 reçoit dans ce cas du bien 1 en échange du bien 2. La zone grise qui est comprise entre les deux courbes d'indifférence représente donc la *région d'avantage mutuel* qui contient les paniers qui améliorent la situation des deux consommateurs par rapport à leurs dotations initiales. Tant qu'une telle région existe entre les deux courbes d'indifférence, les agents peuvent échanger de manière bénéfique pour les deux (les points de cette région Pareto–dominent la dotation initiale).

Ces possibilités d'échanges mutuellement bénéfiques disparaissent quand les deux courbes d'indifférence deviennent tangentes. Le point E correspond à un tel point : la région d'avantage mutuel est vide dans ce cas. Étant données les cartes d'indifférence des deux consommateurs, nous avons tout un ensemble de points qui correspondent à ce type de situation. Le lieu géométrique de ces points s'appelle *la courbe de contrat* (la courbe CC', Figure 15.6).

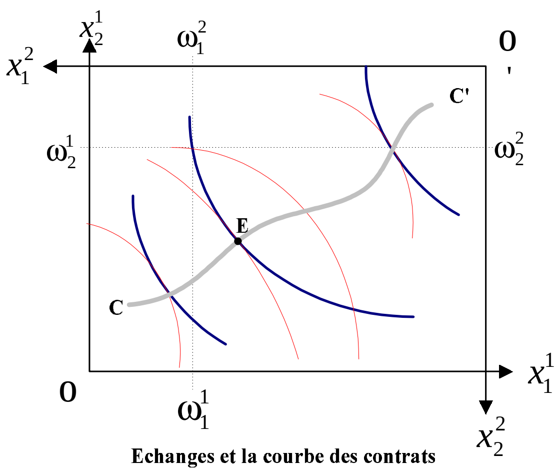


FIGURE 15.6 – La courbe de contrat

A partir d'un point de la courbe de contrat, il n'est pas possible d'améliorer la situation d'un consommateur sans détériorer celle de l'autre. Cette courbe représente donc toutes les allocations qui sont des *optima de Pareto*.

Définition 1 *Une allocation est un optimum de Pareto s'il n'est pas possible d'améliorer la situation d'un individu sans détériorer celle d'au moins un autre individu.*

Si la dotation initiale n'appartient pas à la courbe de contrat, il est possible d'améliorer la situation de chacun des agents en modifiant les quantités de biens dont dispose celui-ci. Une manière d'effectuer ces échanges est bien sûr le troc. Mais les marchés étant des lieux d'échange par excellence, nous devons nous demander s'ils peuvent conduire à une allocation avantageuse des richesses. Pour cela nous devons introduire un système de marchés et des prix correspondant à ces marchés. Nous allons considérer des marchés concurrentiels.

15.1.2 Équilibre des marchés

Supposons qu'il existe des marchés pour ces biens et que le prix du bien $h = 1, 2$ soit représenté par p_h.

La valeur de la dotation initiale du consommateur i est alors donnée par $R^i = p_1\omega_1^i + p_2\omega_2^i$. Le panier que le consommateur peut acheter est alors contraint par cette richesse initiale. Cela nous donne sa *contrainte de budget*

$$p_1 x_1^i + p_2 x_2^i = p_1\omega_1^i + p_2\omega_2^i, \quad i = 1, 2 \tag{15.1}$$

Cette contrainte est orthogonale au vecteur de prix $p = (p_1, p_2)$ dont la pente est $q = p_2/p_1$

$$-\frac{p_1}{p_2} \times \frac{p_2}{p_1} = -1.$$

On peut aussi écrire cette contrainte sous la forme

$$p_1\left(x_1^i - \omega_1^i\right) + p_2\left(x_2^i - \omega_2^i\right) = 0, \quad i = 1, 2$$

Nous exprimons alors la contrainte de budget sur la base de *la demande nette* du consommateur sur le marché de chaque bien h : $x_h^i - \omega_h^i$. Si elle est positive, il s'agit d'un achat $\left(x_h^i > \omega_h^i\right)$ et si elle est négative, il s'agit d'une vente.

Représentons alors le choix du consommateur 1 à partir du point A. Sa contrainte de budget passe par le point $A = \left(\omega_1^1, \omega_2^1\right)$ et sa pente est égale à $-p_1/p_2$ (Figure 15.7) :

$$x_2^1 = \frac{R^i}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1^1.$$

Nous avons un problème similaire pour le consommateur 2. Étudions simultanément ces deux problèmes grâce à la boîte d'Edgeworth et cela pour une vecteur donné de prix $p = (p_1, p_2)$ (Figure 15.8). Nous représenterons ce vecteur par la pente $q = p_2/p_1$. A ce vecteur de prix correspond une droite de budget D.

Le consommateur 1 maximise donc sa satisfaction au point F. Il voudrait donc vendre du bien 2 pour acheter du bien 1. Le consommateur 2 maximise sa satisfaction au point H. Il voudrait vendre du bien 1 et acheter du bien 2. Est-ce que le prix p correspond à l'équilibre des deux marchés ?

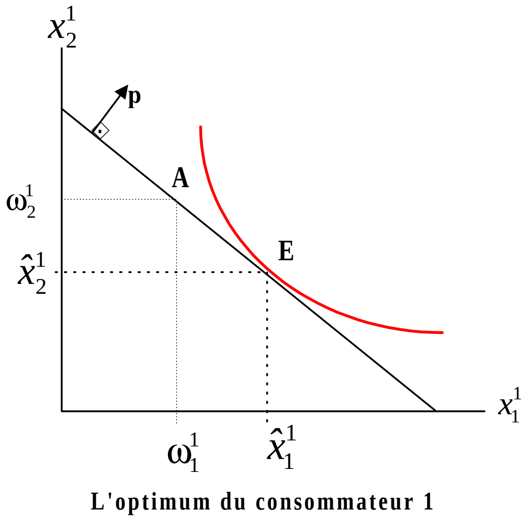


FIGURE 15.7 – La contrainte de budget du consommateur 1

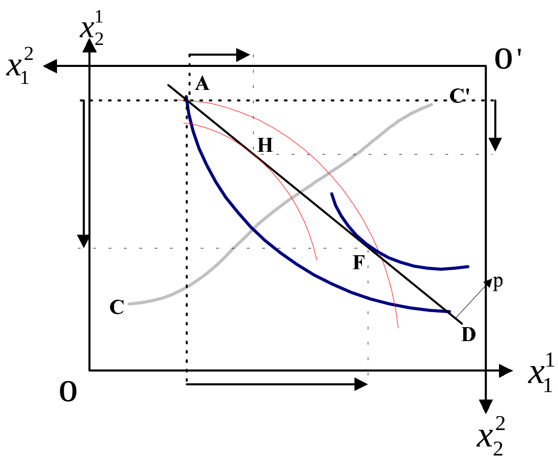


FIGURE 15.8 – Maximisation d'utilité

Sur le marché du bien 1 nous avons :

$$O_1 = \omega_1^2 - x_1^2 < x_1^1 - \omega_1^1 = D_1$$

donc une *demande excédentaire*. Sur le marché du bien 2 :

$$O_2 = \omega_2^1 - x_2^1 > x_2^2 - \omega_2^2 = D_2$$

donc une *offre excédentaire*.

Par conséquent, le vecteur de prix p ne peut conduire à l'équilibre de ce système de marché. L'équilibre général de ce système de marché doit donc posséder deux propriétés.

Définition 2 *L'équilibre général d'une économie d'échanges pure est une allocation des biens tel que*

- *Chaque consommateur maximise sa satisfaction ;*
- *Les marchés sont soldés* $(O_h = D_h)$.

Étant donné que les consommateurs font face au même vecteur de prix, leur optimum simultané correspond à la même pente de la tangente à leur courbe d'indifférence :

$$TMS^1 = \frac{p_1}{p_2} = TMS^2. \tag{15.2}$$

La valorisation subjective de chaque consommateur pour les deux biens coïncide donc grâce à la coordination par le prix de marché. Cette première propriété est donc obtenue dans notre exemple. C'est la seconde qui n'est pas vérifiée : nous avons une demande excédentaire de bien 1 et une offre excédentaire de bien 2 avec le vecteur de prix p.

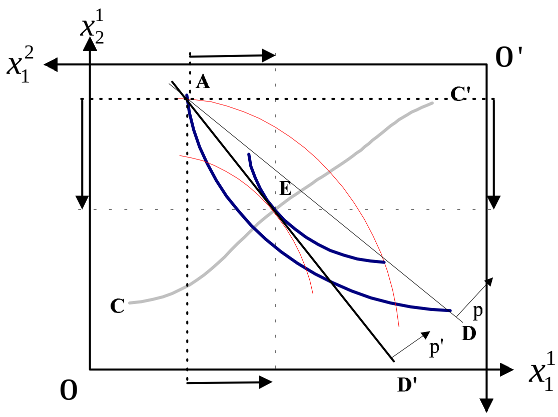


FIGURE 15.9 – Equilibre général

S'il s'agit de biens normaux, l'équilibre doit donc être atteint pour un prix plus élevé pour le bien 1 et un prix plus faible pour le bien 2. Soit le vecteur de prix $p\prime = (p_1', p_2')$, avec $q' = p_2'/p_1' < q$ (Figure 15.9). Ce vecteur de prix correspond en fait à l'équilibre simultané des deux marchés. Nous observons maintenant clairement que l'offre et la demande de chaque bien sont égales. Le vecteur de prix p' est le prix d'équilibre (général) de notre système de marché.

Remarque 1 *L'équilibre doit être simultanément atteint sur tous les marchés. Sinon, le déséquilibre (une offre excédentaire, par exemple) sur un marché va se traduire par un déséquilibre (une demande excédentaire) sur au moins un autre marché.*

Remarque 2 *Ce qui détermine l'équilibre est le rapport des prix q' et non le vecteur de prix p. En effet, si $p^* = (p_1^*, p_2^*)$ est un vecteur de prix d'équilibre, le vecteur λp^* est aussi un vecteur d'équilibre. En effet $\lambda p_2^* / \lambda p_1^* = p_2^* / p_1^*$. Ce sont donc les prix relatifs qui déterminent l'équilibre et non les prix absolus.*

15.1.3 Équilibre et optimum social

L'allocation d'équilibre appartient à la *région d'avantage mutuel* et à *la courbe de contrat*. La première propriété est évidente dans la mesure où les agents ont toujours la possibilité de consommer leurs dotations initiales, sans effectuer d'échanges. La seconde propriété implique que l'équilibre est nécessairement un *optimum de Pareto* : à l'équilibre général les possibilités d'échanges mutuellement avantageuses sont épuisées. Cette propriété s'appelle le **premier théorème du bien-être** : tout équilibre concurrentiel est un optimum de Pareto.

Le second théorème de bien-être implique la propriété inverse : tout optimum de Pareto peut être décentralisé par un système de marchés concurrentiels par l'établissement du prix d'équilibre correspondant. Tout point de la courbe de contrat peut être atteint par un système de marchés concurrentiels si l'on annonce les prix adéquats qui conduisent à la maximisation d'utilité par les agents et cela, en soldant les marchés.

Ces deux théorèmes sont à la source de l'attrait des marchés concurrentiels pour la théorie économique.

15.2 Un exemple

Prenons une économie à deux agents $i = 1, 2$. U^i représente la fonction d'utilité de i.

$$U^1 = x_1^1 x_2^1, \quad U^2 = x_1^2 x_2^2$$
$$\omega_1^1 = 2,\ \omega_2^1 = 2,\ \omega_1^2 = 2,\ \omega_2^2 = 1$$
$$\omega_1 = 4, \quad \omega_2 = 3.$$

Nous avons donc, en l'absence d'échange

$$U^1 = 2 \times 2 = 4, \quad U^2 = 2 \times 1 = 2.$$

La courbe de contrats

Sur la courbe de contrats, les courbes d'indifférence des deux agents ont la même tangente

$$TMS^1 = \frac{Um_1^1}{Um_2^1} = \boxed{\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{x_2^2}{x_1^2}} = \frac{Um_1^2}{Um_2^2} = TMS^2 \tag{15.3}$$

Par ailleurs, toute allocation correspond à une répartition des quantités disponibles :

$$\begin{aligned} x_1^1 + x_1^2 &= \omega_1 \\ x_2^1 + x_2^2 &= \omega_2 \end{aligned} \tag{15.4}$$

On peut donc écrire l'équation (15.3)

$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{\omega_2 - x_2^1}{\omega_1 - x_1^1}$$

Ce qui nous donne, après développement et simplification, l'équation de la courbe de contrat :

$$\frac{x_1^1}{x_2^1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Leftrightarrow \boxed{x_2^1 = \frac{\omega_2}{\omega_1} x_1^1 = \frac{4}{3} x_1^1} \tag{15.5}$$

Ce qui constitue une droite de pente ω_2/ω_1 et donc correspond à la diagonale de la boîte d'Edgeworth (Figure 15.10).

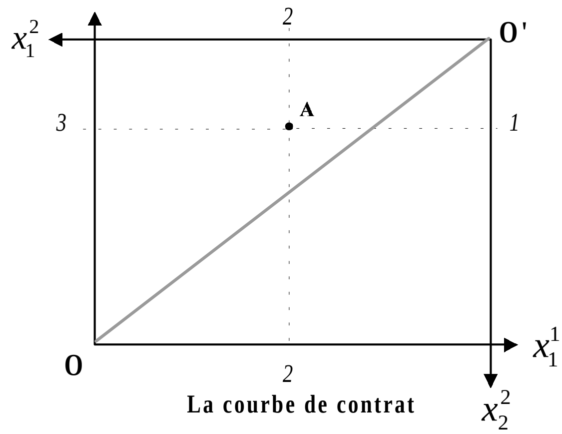


FIGURE 15.10 – Courbe de contrat

De manière symétrique, nous avons pour le consommateur 2

$$\frac{x_1^2}{x_2^2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \Leftrightarrow \boxed{x_2^2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} x_1^2 = \frac{3}{4} x_1^2}$$

Nous pouvons représenter cette courbe de contrat dans l'espace des utilités (U^1, U^2). A partir de l'équation précédente, nous obtenons

$$x_2^2 = \frac{3}{4}x_1^2 \Rightarrow U^2 = \frac{3}{4}\left(x_1^2\right)^2 \Rightarrow x_1^2 = \sqrt{\frac{4}{3}U^2} \qquad (15.6)$$

De la même manière

$$x_2^1 = \frac{3}{4}x_1^1 \Rightarrow U^1 = \frac{3}{4}\left(x_1^1\right)^2 \Rightarrow x_1^1 = \sqrt{\frac{4}{3}U^1} \qquad (15.7)$$

En combinant les équations (15.6), (15.7) et (15.4) , nous obtenons

$$x_1^1 + x_1^2 = \omega_1 = 4 = \sqrt{\frac{4}{3}U^1} + \sqrt{\frac{4}{3}U^2}$$

Ce qui nous donne

$$U^2 = \left(2\sqrt{3} - \sqrt{U^1}\right)^2$$

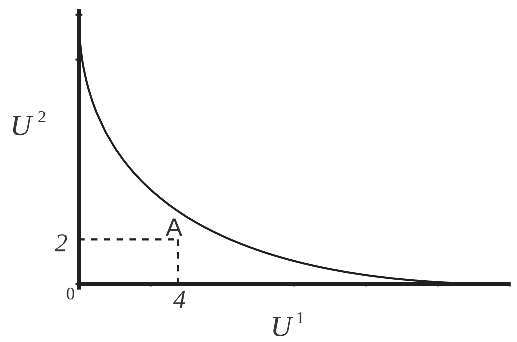


FIGURE 15.11 – Relation entre les utilités des deux consommateurs

Cela démontre bien une relation décroissante entre les deux utilités (Figure 15.10). Cette courbe est le lieu géométrique de tous les optima de Pareto dans l'espace des utilités. Tous les points de la boîte d'Edgeworth qui ne sont pas sur la courbe de contrat se trouvent sous la frontière dessinée par cette courbe. C'est le cas de notre dotation initiale A.

Prix d'équilibre

Normalisons les prix en posant $p_1 = 1,\ p_2 = q$.

L'équilibre correspond à la maximisation d'utilité par les deux consommateurs et à l'égalité entre l'offre et la demande. Le programme du consommateur i est

$$\begin{aligned} &\max U^i \\ &\text{S.à} \quad x_1^i + qx_2^i = \omega_1^i + q\omega_2^i \end{aligned}$$

La condition d'optimalité implique

$$TMS^i = \frac{x_2^i}{x_1^i} = \frac{1}{q} \Rightarrow x_2^i = \frac{x_1^i}{q}$$

La contrainte de budget devient alors

$$x_1^i + q\frac{x_1^i}{q} = \omega_1^1 + q\omega_2^1$$

$$x_1^i = \frac{\omega_1^1 + q\omega_2^1}{2}$$
$$x_2^i = \frac{\omega_1^1 + q\omega_2^1}{2q}$$

Ce qui nous donne pour le bien 1

$$x_1^1 = 1 + q, \; x_1^2 = 1 + q/2$$

Or nous devons avoir

$$x_1^1 + x_1^2 = 2 + \frac{3}{2}q = \omega_1 = 4$$

Cette condition nous donne donc

$$q^* = \frac{4}{3}.$$

Les prix d'équilibre sont donc $p_1^* = 1$ et $p_2^* = 4/3$. A cet équilibre nous avons

$$x_1^1 = \frac{7}{3} > \omega_1^1, \quad x_2^1 = \frac{7}{4} < \omega_2^1, \; U^1 = \frac{49}{12}$$
$$x_1^2 = \frac{5}{3} < \omega_1^2, \quad x_2^2 = \frac{5}{4} > \omega_2^2, \; U^2 = \frac{25}{12}$$

Le consommateur 1 obtient donc plus de bien 1 que sa dotation initiale en cédant du bien 2 au profit du consommateur 2. Et nous pouvons vérifier que cette allocation est un optimum de Pareto

$$\left(2\sqrt{3} - \sqrt{\frac{49}{12}}\right)^2 = \frac{25}{12} = U^2.$$

Quatrième partie

Pouvoir de marché et interactions stratégiques

Chapitre 16

Le monopole

La concurrence parfaite correspond à des propriétés très intéressantes en ce qui concerne l'efficacité de l'allocation des ressources dans l'économie. Mais elle est bien rare dans les économies réelles. Les firmes possèdent souvent un pouvoir considérable sur leur marché. Elles mobilisent d'ailleurs beaucoup d'énergie pour l'acquérir. Le cas extrême de pouvoir de marché correspond à celui d'une industrie dominée par une seule firme : il s'agit alors d'un *monopole* [1].

Exemples : Les transports ferroviaires dans votre région (SNCF) ;le métro dans votre ville ; les communications téléphoniques locales (France Télécom) ; fourniture du gaz aux particuliers dans votre ville (ouvert à la concurrence maintenant mais monopole de fait encore) ; mais aussi, les processeurs Core2Duo (Intel), l'aspartam (initialement Seagram, Monsanto ensuite), etc.

Les situations intermédiaires (la domination du marché par un petit nombre de firmes) sont plus courantes et le chapitre suivant leur sera consacré.

16.1 Monopole et Concurrence

La concurrence parfaite correspond à la présence d'une multitude de firmes. Le monopole correspond à la situation contraire d'un fournisseur unique. Dans ce cas, la firme est *faiseur de prix* car elle possède un pouvoir de marché, étant donnée que la totalité de la demande doit s'adresser à elle. Si d'autres firmes sont prêtes à entrer sur ce marché dès qu'il apparaît des opportunités fortes pour faire des profits, cette *entrée potentielle* peut discipliner le comportement du monopole et l'obliger à ne pas exploiter pleinement son pouvoir de marché.

16.2 Sources d'une situation de monopole

Quatre causes possibles :

1. Le marché où il y a un seul acheteur correspond aussi à une situation extrême de pouvoir de marché. On parle alors de *monopsone*.

a) Monopole naturel (source : technologie)

La technologie est telle que les coûts de production de l'industrie sont plus faibles quand il y a un seul producteur.
Exemple : l'existence des économies d'échelle impliquant des coûts moyens décroissants (Figure 16.1).

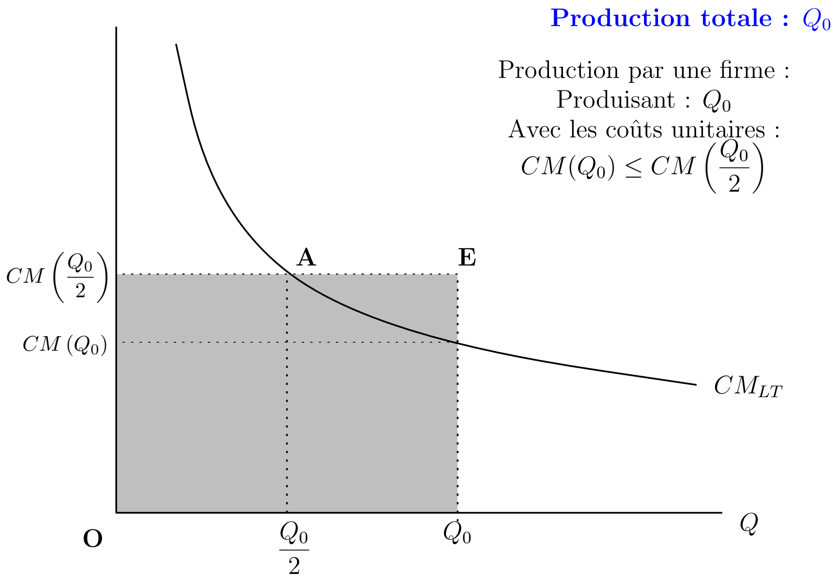


FIGURE 16.1 – Coûts et monopole naturel

Si une seule firme produit Q_0, ses coûts sont donnés par

$$Q_0 CM_{LT}\,(Q_0) = Surface\,(OCM(Q_0)EQ_0)\,.$$

Si deux firmes produisent ensemble Q_0 (chacune produisant $Q_0/2$), le coût total de production est :

$$\begin{aligned} 2\left(\frac{Q_0}{2}\right) CM_{LT}\left(\frac{Q_0}{2}\right) &= Q_0 CM_{LT}\left(\frac{Q_0}{2}\right) \\ &= Surface\,(OCM(Q_0/2)EQ_0) \\ &> Surface\,(OCM(Q_0)EQ_0) \end{aligned}$$

du fait des économies d'échelle. Donc quand il existe des indivisibilités (comme les coûts fixes), la production par une seule firme est plus avantageuse pour la société en termes de coûts de production (minimisation des coûts de l'industrie).
Exemple : Industries réseaux comme les transports publics, télécommunications ; industries lourdes comme l'énergie.

b) Contrôle d'une ressource rare ou d'un brevet de fabrication

Dans ce cas, la firme est capable de contrôler l'accès à cette ressource rare ou à cette technologie et exclure ses concurrents de ces accès, de manière à conserver le monopole de la production finale qui nécessite ces ressources.

Exemple : Brevets en cascade d'Intel, le contrôle des ressources en Nickel ou en uranium.

c) Monopole Institutionnel (ou public)

C'est la source historique de reconnaissance des situations de monopole : il s'agissait à l'origine d'un privilège accordé par le souverain (le monopole du sel, par exemple). Le *Statute of monopolies* anglaise instauraient ce type de monopole. Nous pouvons considérer par exemple, les droits exclusifs accordés à certaines professions dans ce cadre (les notaires, par exemple, ou les taxis parisiens). Par la suite, le privilège politique a été remplacé par des nécessité économiques, notamment du type que nous avons évoqué dans le cas (a), de sorte que le production a été assuré par des monopoles publics ou des régies dans certains secteurs : énergie, réseaux, etc.

d) Comportements stratégiques prédateurs

C'est la source la plus commune de monopoles dans la mesure où elle correspond aux stratégies actives des firmes en vue d'évincer les concurrents du marché (Microsoft est souvent cité ces dernières années pour ce type de pratiques, sans en avoir l'exclusivité bien sûr). Ce type de stratégie peut mobiliser des comportements agressifs comme la guerre de prix (on baisse les prix jusqu'à ce que les concurrents ne puissent plus suivre et soient obligés de quitter le marché), mais aussi des stratégies basées aux autres sources que nous avons déjà évoquées, comme le contrôle d'une ressources rares ou d'un brevet.

Ces différentes sources conduisent en général à une structure de marché où toute la demande se trouve obligée de s'adresser à une firme unique, qui a toute latitude pour en tirer le profit le plus élevé.

16.3 Équilibre du monopole

Toute la demande s'adresse au monopole qui va alors tenir compte de cette fonction de demande dans la maximisation de profit.

16.3.1 Fonction de demande et recettes du monopole

Soit $Q = D(p)$: la fonction de demande de marché. On peut alors en déduire la fonction de demande inverse qui donne le prix auquel les différentes quantités peuvent être vendues sur le marché.

$$p = p(Q) = D^{-1}(Q) \tag{16.1}$$

Si le monopole vend la quantité Q au prix $p(Q)$, les **recettes totales** du monopole sont données par :

$$RT(Q) = p(Q) \cdot Q \tag{16.2}$$

La fonction de **recette marginale** nous donne la variation de ces recettes avec les quantités :

$$\begin{aligned} Rm(Q) &= \frac{dRT(Q)}{dQ} = \frac{d(p(Q)\cdot Q)}{dQ} = \frac{dp(Q)}{dQ}Q + p(Q) \\ Rm(Q) &= p(Q) + Q\cdot \underbrace{p'(Q)}_{\leq 0} \leq p(Q) \end{aligned} \tag{16.3}$$

Les **recettes moyennes** du monopole correspondent à la demande inverse :

$$RM(Q) = \frac{RT(Q)}{Q} = \frac{p(Q)\cdot Q}{Q} = p(Q). \tag{16.4}$$

Nous avons donc :

$$Rm(Q) \leq p(Q) = RM(Q).$$

Si la demande est décroissante (le cas des bien normaux), la recette marginale est toujours inférieure à la recette moyenne : chaque unité supplémentaire rapporte moins que les unités déjà produites ; elle implique une baisse de prix.

Pour une firme concurrentielle le prix de marché est donné $(p'(\cdot) = 0)$ et donc :

$$RT(Q) = pQ \Leftrightarrow Rm(Q) = p = RM(Q).$$

16.3.2 Équilibre du monopole

Le monopole maximise le profit en jouant sur le prix et les quantités. Son profit est donné par :

$$\Pi(Q) = RT(Q) - CT(Q).$$

et la maximisation de profit implique (Figure 16.2) :

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi(Q)}{dQ} &= \frac{dRT(Q)}{dQ} - \frac{dCT(Q)}{dQ} = 0 \\ &\Leftrightarrow Rm(Q) - Cm(Q) = 0 \\ &\Leftrightarrow Rm(Q^m) = Cm(Q^m). \end{aligned} \tag{16.5}$$

$$\begin{aligned} Rm(Q^m) = Cm(Q^m) \quad & (point \quad M) \\ p^m = p(Q^m) \quad & (point \quad A) \end{aligned}$$

L'équilibre de monopole correspond donc à $(Q = Q^m)$:

$$\begin{aligned} Rm(Q) = p(Q) + Q\cdot p'(Q) &= Cm(Q) \\ \Leftrightarrow p(Q) - Cm(Q) &= -Q\cdot p'(Q) \\ \Leftrightarrow \frac{p(Q) - Cm(Q)}{p(Q)} &= -p'(Q)\frac{Q}{p(Q)} = \left|\varepsilon_{p,Q}(Q^m)\right|. \end{aligned} \tag{16.6}$$

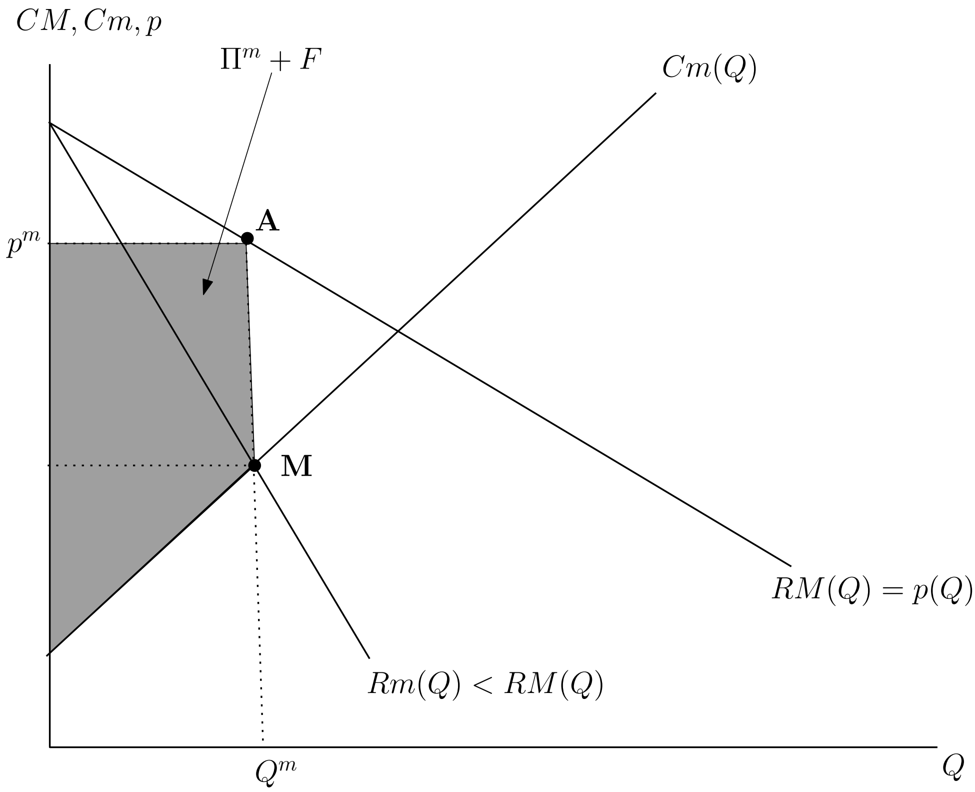


FIGURE 16.2 – Equilibre du monopole

Nous savons depuis Alfred Marshall que

$$p(Q) = D^{-1}(Q) \Rightarrow \varepsilon_{p,Q} = \frac{1}{\varepsilon_{Q,p}} = \frac{1}{\frac{p}{Q}D'(Q)}, \tag{16.7}$$

où $\varepsilon_{Q,p}$: l'élasticité–prix de la demande.
Par conséquent, l'équilibre de monopole implique :

$$\frac{p^m - Cm(Q^m)}{p^m} = -\frac{1}{\varepsilon_{Q,p}} > 0. \tag{16.8}$$

- Si cette élasticité est faible en valeur absolue (donc si la demande est *élastique* – car dans ce cas, la demande est capable d'absorber le choc de cette augmentation de prix), le monopole peut continuer à vendre les mêmes quantités en augmentant son prix car les consommateurs sont *captifs* et la baisse de la demande est faible : son pouvoir de marché est fort et sa **marge relative**
$$\left(\frac{p - Cm}{p}\right)$$
est élevée.
- Si $\varepsilon_{Q,p} \to -\infty$ (si la demande est *inélastique* – car dans ce cas, le choc de l'augmentation du prix "casse" la demande qui s'adresse à la firme), une hausse de prix implique une baisse très forte de la demande et le pouvoir de marché du monopole est nul. Dans ce cas son prix tend vers le prix concurrentiel $(Cm(Q))$.

16.4 Un exemple : la demande linéaire

Soit la fonction de demande :

$$\begin{aligned} Q &= D(p) = A - p \\ &\Leftrightarrow p(Q) = A - Q, \quad A > 0 \end{aligned}$$

Nous avons

$$\begin{aligned} RT(Q) &= p(Q)Q = (A - Q)Q \\ Rm(Q) &= A - 2Q \\ RM(Q) &= p(Q). \end{aligned}$$

Soit la fonction de coût de court terme de la firme :

$$C(Q) = cQ \Rightarrow Cm(Q) = c$$

Le profit est donné par :

$$\Pi(Q) = (A - Q)Q - cQ$$

La maximisation de profit implique :

$$\begin{aligned}\frac{d\Pi}{dQ}(Q^m) = 0 \Leftrightarrow Rm(Q^m) &= Cm(Q^m)\\ &\Leftrightarrow A - 2Q - c = 0\\ &\Leftrightarrow Q^m = \frac{A-c}{2}.\\ &\Rightarrow p^m = p(Q^m) = \frac{A+c}{2},\\ &\Rightarrow \Pi^m = \Pi(Q^m) = \left(\frac{A-c}{2}\right)^2.\end{aligned}$$

16.5 Inefficacité du monopole

Dans la section suivante nous allons comparer les pertes des consommateurs et les gains du producteur pour évaluer l'impact du monopole sur le bien–être social. En attendant, nous pouvons déjà montrer que ce n'est pas un optimum de Pareto (Figure 16.3).

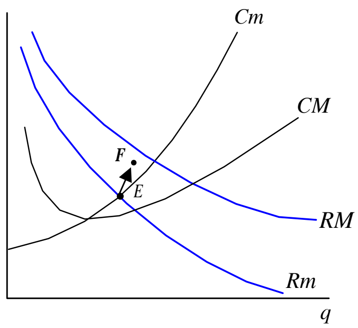


FIGURE 16.3 – Equilibre du monopole et optimalité Parétienne

S'il pouvait appliquer des prix différenciés à partir de E, le monopole pourrait atteindre le point F en vendant une quantité supplémentaire à un prix légèrement inférieur à p^m mais supérieur à son Cm. Dans ce cas il augmenterait son profit sans baisser le surplus des consommateurs.

Le point E n'est donc un optimum de Pareto.

16.6 Charge morte du monopole

Nous allons étudier la variation du surplus social quand on passe d'une situation de concurrence vers une situation de monopole.

Nous avons vu que l'équilibre de monopole implique :

$$Cm\,(Q^m) = Rm\,(Q^m) = p\,(Q^m) + Q^m p'\,(Q^m) < p\,(Q^m)\,.$$

Par conséquent, à l'équilibre de monopole, le prix est supérieur au coût marginal (Figure 16.4).

Si l'on avait une firme concurrentielle, elle aurait produit la quantité qui égalise le coût marginal au prix. Par conséquent, si notre monopole *imitait* le comportement concurrentiel, on aurait eu :

$$Q^c \quad tel\ que \quad Cm\,(Q^c) = RM\,(Q^c) = p\,(Q^c)$$

or on a

$$Q^m \quad tel\ que \quad Cm\,(Q^m) = Rm\,(Q^c) < p\,(Q^m)\,.$$

Avec $Cm\,(\cdot)$ croissant et $p\,(\cdot)$ décroissant cela est équivalent à

$$\begin{aligned} Q^m &< Q^c \quad et \\ p^m &> p^c. \end{aligned}$$

Pour les consommateurs, le monopole correspond à une perte de bien-être car ils achètent moins et ils paient plus cher chaque unité achetée.

Pour le producteur, il s'agit d'une situation plus désirable que la concurrence parfaite car son profit est le plus élevé possible.

Représentons le surplus social avec la solution concurrentielle : $Cm\,(Q^c) = RM\,(Q^c) = p\,(Q^c)$ (Figure 16.5).

Le bien-être social à l'équilibre du monopole est donné dans Figure 16.6 et la comparaison avec Figure 16.5, fait apparaître la charge morte du monopole (Figure 16.7)

La perte de bien-être social correspond à la surface MEC qui faisait partie du surplus social sous la concurrence : C'est la **charge morte** du monopole. Ce résultat est la justification de beaucoup de lois antitrust aux États-Unis et en Europe.

16.7 Monopole "naturel"

Le résultat précédent suggère que si l'on impose à un monopole la tarification au coût marginal, on atteindra l'optimum de Pareto correspondant à la situation concurrentielle. S'il est privé, le monopole ne peut accepter cette situation que si elle n'implique pas des pertes pour lui (équilibre budgétaire). Or la tarification au coût marginal peut impliquer des profits négatifs (Figure 16.8).

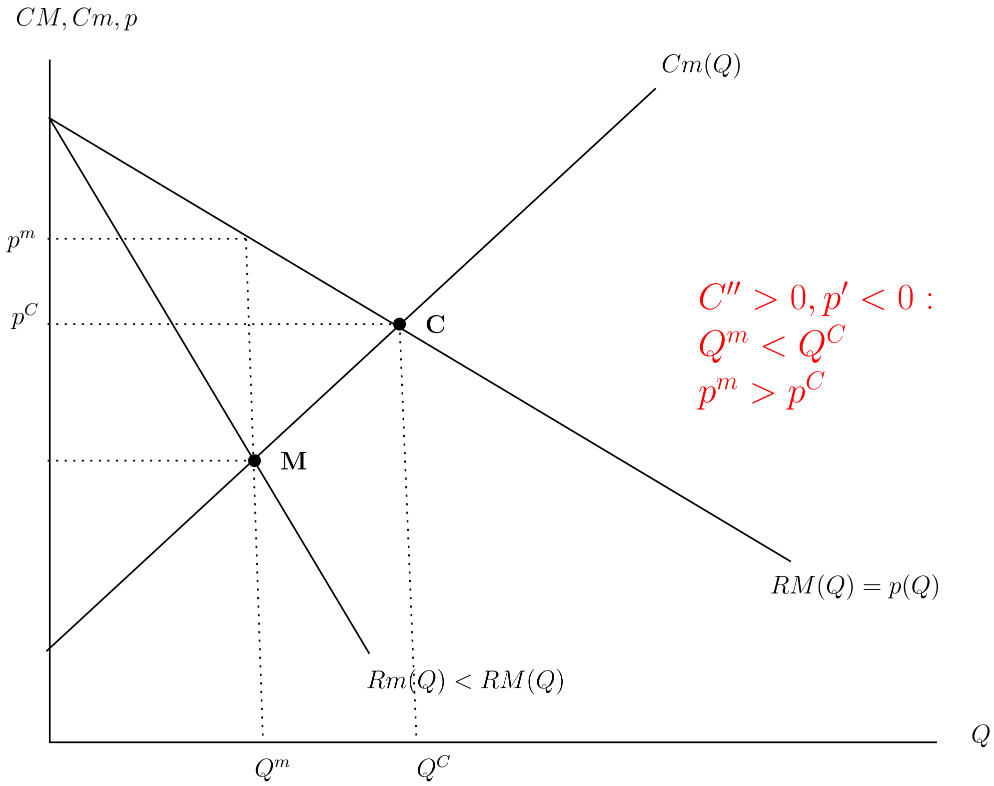


FIGURE 16.4 – Solution concurrentielle et solution du monopole

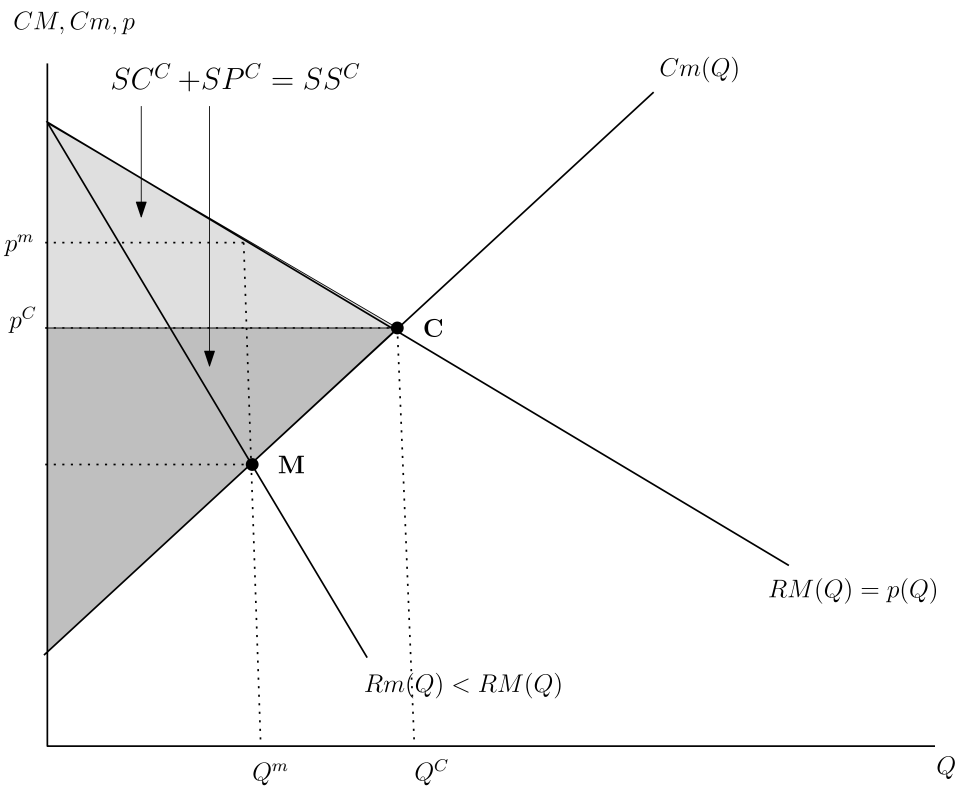


FIGURE 16.5 – Solution concurrentielle et bien-être social

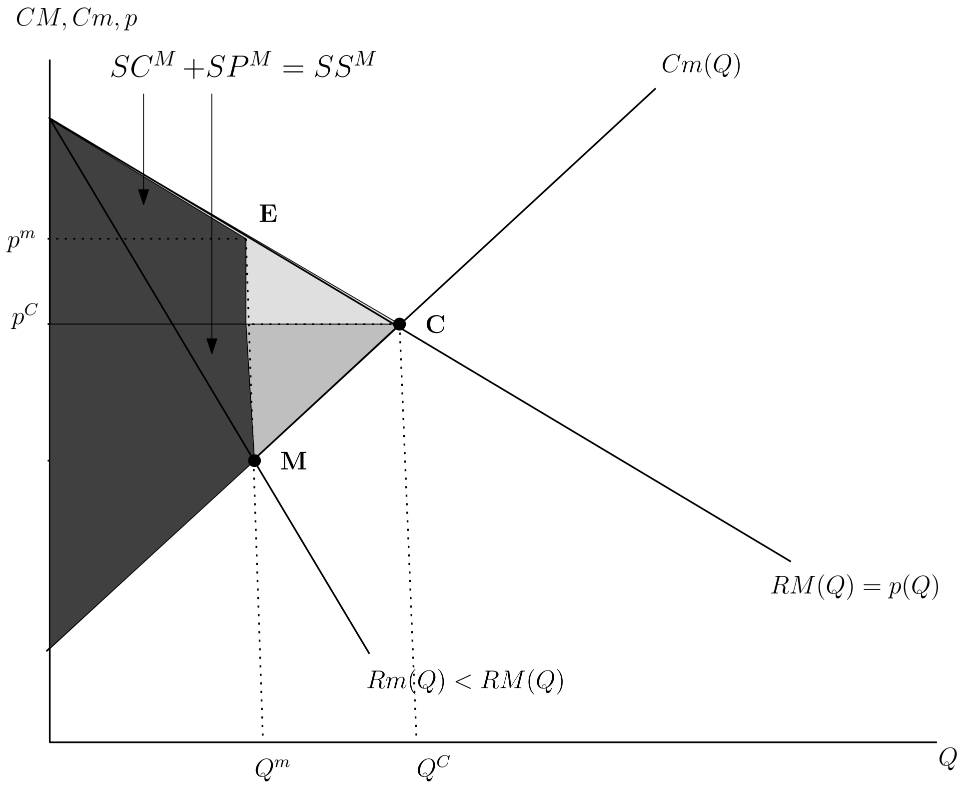


FIGURE 16.6 – Solution du monopole et bien-être social

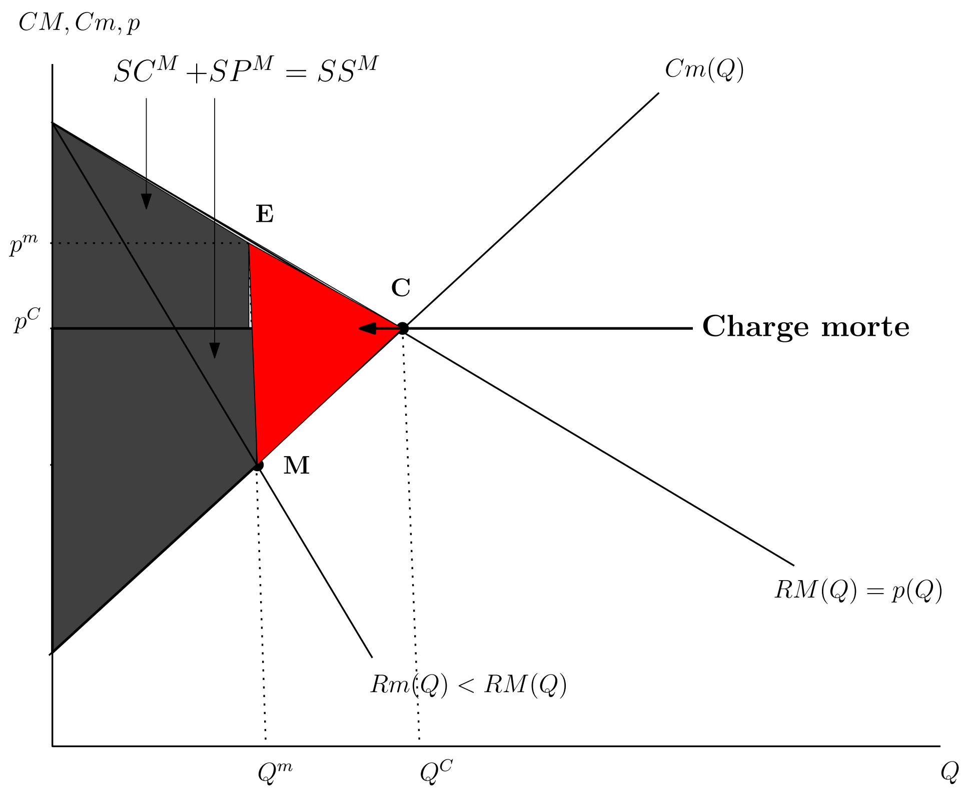


FIGURE 16.7 – Charge morte du monopole

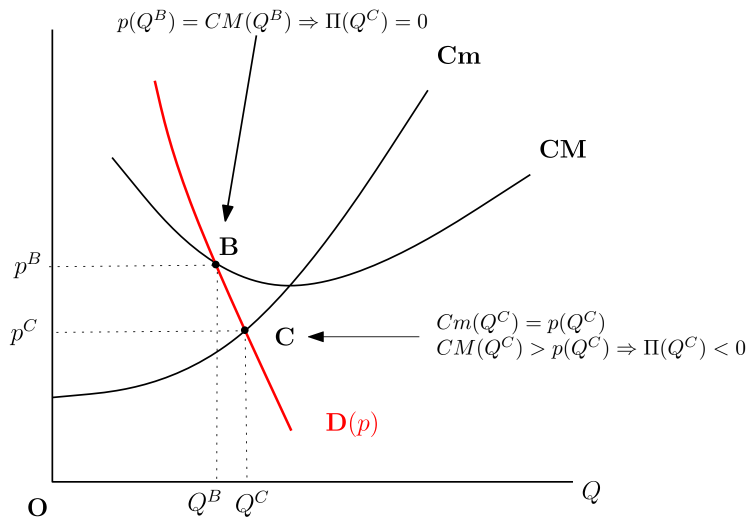


FIGURE 16.8 – Tarification Ramsey-Boiteux

Dans ce cas, la tarification qui s'approche le plus de la concurrence tout en respectant la contrainte de budget de la firme correspond au point B (c'est un *second best*). Cette tarification au coût moyen $(p = CM)$ correspond **aux prix de Ramsey–Boiteux** : c'est la situation la meilleure qu'on peut atteindre avec un monopole naturel privé. Les pouvoirs publics qui veulent imposer ce type de tarification doivent posséder une bonne information sur les coûts de la firme pour pouvoir vérifier le respect de cette règle. Ce problème apparaît dès que l'on confie des activités demandant une infrastructure lourde (le gaz, le téléphone,...) à des firmes privées.

Si l'état possède la firme, nous avons un **monopole public**. Dans ce cas, on peut appliquer la tarification au coût marginal en finançant les déficits par des subventions provenant d'autres recettes de l'Etat (recettes fiscales,...). On peut alors atteindre l'optimum de Pareto sur ce marché. Par conséquent, des profits négatifs pour les firmes publiques ne sont pas un signe d'inefficacité en eux–mêmes ; il faut considérer aussi l'amélioration du bien–être social qui peut en résulter.

16.8 Discrimination par les prix

La perte d'efficacité du monopole vient du fait qu'en tenant compte de la réaction de la demande, le monopole est amené à produire moins que le marché concurrentiel. Si le monopole augmente son offre par rapport à sa quantité optimale, il anticipe que cela va impliquer une baisse de prix pour l'ensemble de sa production. Ce qui réduit bien sûr le profit total.

Or cela est une situation inefficace puisqu'il reste des consommateurs qui sont prêts à obtenir le bien en payant un prix supérieur aux coûts du monopole. Ce dernier pourrait donc augmenter son profit en vendant seulement les quantités supplémentaires à un prix inférieur à son prix optimal. Dans ce cas il appliquerait différents prix pour différents consommateurs.

Cela s'appelle la *discrimination par les prix* car avec une telle possibilité le monopole a la capacité de tirer pleinement parti de la diversité des consommateurs en proposant, dans la cas extrême, un prix différent pour chaque consommateur : le prix le plus élevé pour le consommateur qui désire le plus ce bien, par exemple. Il discrimine donc entre les consommateur selon leur prix de réserve pour le bien et cela, en utilisant le mécanisme de prix. Dans ce cas extrême, le monopole peut même s'approprier tout le surplus des consommateurs. Paradoxalement cette situation, qui est le pire possible pour les consommateurs $\left(S^C = 0\right)$, est un optimum de Pareto puisque la charge morte disparaît car elle est maintenant intégrée au profit de la firme.

16.9 Innovations et monopole

L'innovation est la découverte et l'intégration des nouveautés dans les activités de l'entreprise. Elle peut correspondre à de nouveaux procédés de production et de commercialisation, à une nouvelle organisation ou à un nouveau produit. Dans les premiers cas, on parle d'innovation de procédé et dans le dernier cas, d'innovation de produit.

En vue de développer cette innovation, les firmes investissent en Recherche et Développement (**R&D**). Dans les pays développés, on peut caractériser les industries par le ratio de leurs dépenses en R&D à leur chiffre d'affaire. L'aérospatiale (23%), le bureautique et l'informatique (18%) et la pharmacie (9%) sont des industries avec un ratio élevé de R&D. L'alimentation, raffinerie, imprimerie et textile sont des industries avec un ratio inférieure à 1%.

S'intéresser à l'innovation revient à entrer dans la boîte noire qui caractérise la firme et sa technologie dans l'analyse micro-économique de base.

La découverte d'une nouvelle technologie plus efficace et sa protection de l'imitation par les concurrents (par exemple grâce à un brevet) peut donner à la firme innovatrice un avantage concurrentiel remarquable. Dans le cas d'une innovation majeure, cela peut même permettre à la firme d'obtenir le monopole de son industrie. Mais cela ne dépend pas uniquement des considérations techniques. Le contexte institutionnel et les relations verticales jouent aussi un rôle considérable dans la détermination de l'impact d'une innovation sur la structure industrielle (exemple Microsoft avec Windows).

16.10 La concurrence monopolistique

Le marché concurrentiel et le monopole ordinaire supposent un produit homogène. Or il existe plusieurs variétés pour chaque bien dans les économies modernes.
Exemple : La gamme des couleurs pour chaque modèle d'automobile ou la celle des céréales pour le petit-déjeuner sont extrêmement larges.

Ces modèles sont donc assez mal adaptés pour l'analyse de ces industries.

Dès 1933 Chamberlin a introduit un premier modèle qui étend le modèle de concurrence parfaite en vue de tenir compte de la différenciation de produit et donc de l'existence d'un pouvoir de marché.

Chamberlin analyse un marché où un grand nombre de firmes produisent des substituts proches. Chaque firme produit une variété unique. L'entrée est libre sur le marché. Les firmes ont des courbes de coût moyen en $\cup$ (coût fixe + coût marginal croissant).

Quand la firme augmente son prix, elle ne perd pas la totalité de sa demande car la variété qu'elle produit possède des caractéristiques uniques qui fidélisent les consommateurs. Donc chaque firme fait face à une fonction de demande décroissante. Chaque firme se comporte alors comme un monopole face à sa courbe de demande, en supposant qu'elle pourra modifier son prix sans que cela incite ses concurrents à la suivre : elle égalise donc ses recettes marginales à ses coûts marginaux pour déterminer le prix et la quantité optimale.

Ce raisonnement est en général justifié par le fait que si la firme baisse son prix, cette baisse n'aura qu'une répercussion très faible sur la demande de ses concurrents.

Si une firme fait des pertes, elle va quitter le marché et tant qu'il existe des profits positifs, de nouvelles firmes vont entrer. Chaque entrée n'aura qu'un impact négligeable sur les demandes et profits des firmes installées mais les entrées cumulées vont peser et chaque firme verra sa demande (résiduelle) tirée vers l'origine.

Ces caractéristiques justifie la dénomination de ce type de marché : *Concurrence* (car grand nombre de firmes et entrée libre) *monopolistique* (car chaque firme a le monopole de la variété qu'elle produit).

Quel va être alors l'équilibre de cette industrie ?

A l'équilibre de long terme, les firmes doivent faire des profits nuls sinon de nouvelles firmes entreraient. Dans ce cas, nous devons avoir la relation géométrique donné dans Figure 16.9 entre la demande individuelle de chaque firme et sa courbe de coût moyen.

Si une partie de la demande était au dessus du coût moyen, les firmes pourraient faire des profits positifs et cela provoquerait de nouvelles entrées. Le seul équilibre possible est celui représenté sur la figure précédente.

Mais dans ce cas, avec une demande décroissante, le point de tangence ne peut s'effectuer au minimum du coût moyen (contrairement à la concurrence parfaite). Par conséquent, la production d'équilibre est plus faible que l'échelle efficace et donc l'industrie ne minimise pas les coûts. En somme, on a un équilibre avec *capacités excédentaires*. Cela est souvent vu comme une preuve de l'inefficacité de cette structure de marché.

Naturellement il est beaucoup plus difficile de conclure quand on tient compte du fait que cet inefficacité en termes d'échelle de production permet à l'industrie de fournir un grand nombre de variétés (et donc d'améliorer le surplus des consommateurs).

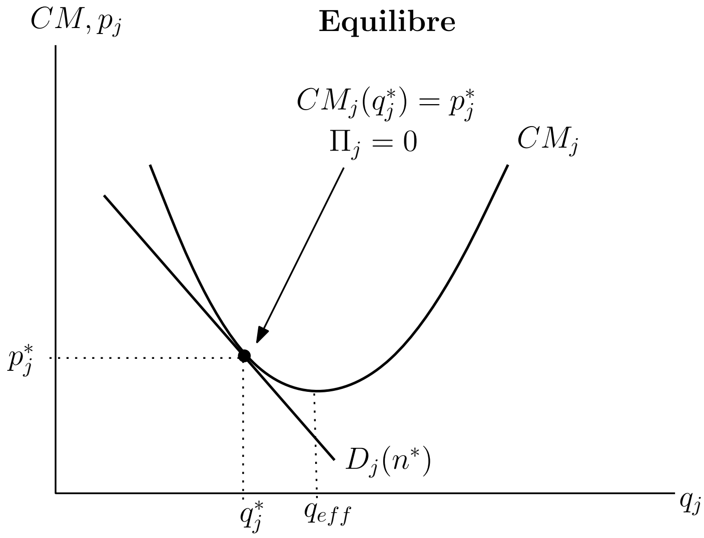


FIGURE 16.9 – Equilibre de long terme en concurrence monopolistique

16.11 La firme dominante et la frange concurrentielle

Le monopole pure est plutôt rare. Ce qu'on rencontre plus souvent, c'est le cas d'une firme qui domine un marché qui est par ailleurs occupé par une multitude de petites firmes : la *frange concurrentielle*. La firme dominante fixe alors le prix en tenant compte de la présence de ces firmes preneuses de prix.

Si l'offre totale de la frange concurrentielle est $O(p)$, alors le problème du monopole est

$$\max_p \; p(D(p) - O(p)) - C(D(p) - O(p))$$

où $D(p) - O(p)$ est la **demande résiduelle** qui s'adresse au monopole quand le prix est p.

Reprenons le cas linéaire avec n firmes dans la frange, $C_i(q) = cq^2$, la fonction de coût de chacune de ces firmes et c^m le coût unitaire du monopole.

Chacune des firmes de la frange maximise son profit en prenant le prix comme une donnée

$$\max_q pq - cq^2$$
$$\Rightarrow q(p) = \frac{p}{2c} \Rightarrow O(p) = \frac{np}{2c}$$
$$\pi_i^* = \frac{p^2}{4c}$$

La demande résiduelle du monopole est donnée par

$$D(p) - O(p) = A - bp - \frac{np}{2c} = A - \left(b + \frac{n}{2c}\right) p$$

Le profit du monopole est alors donné par

$$\pi^m(p) = \left[A - \left(b + \frac{n}{2c}\right) p\right] (p - c^m)$$

et l'optimum du monopole correspond à

$$\frac{\partial \pi^m}{\partial p} = 0$$
$$A - \left(b + \frac{n}{2c}\right) p = \left(b + \frac{n}{2c}\right) (p - c^m)$$
$$p^* = \frac{A + c^m \left(\frac{2bc + n}{2c}\right)}{\frac{2bc + n}{c}}$$
$$p^* = \frac{Ac}{2bc + n} + \frac{c^m}{2}$$
$$\pi^m = \frac{(2Ac - c^m(2bc + n))^2}{4c(4bc + 2n)}$$

Application numérique : $A = 100, b = 1, c^m = 5, n = 40$
$c = 10$: $p^* = 19.167$, $\pi^m = 602.08$, $O(p) = 38.334$, $\pi_i^* = 9.1843$
$c = 1$: $p^* = 4.8810$, $\pi^m = 0.29762$, $O(p) = 97.619$, $\pi_i^* = 5.9559$.

Si l'entrée est libre sur la frange, n va augmenter et cela va tirer le prix vers le bas. Si les coûts de la firme dominante ne sont pas suffisamment avantageux pour elle, cela peut considérablement réduire sa production et son profit, en érodant sa position dominante sur le marché.
Exemple : La position d'IBM sur le marché des PC, dans les années 80.

Chapitre 17

Analyse des oligopoles

17.1 Oligopole : Définition et causes

Les oligopoles correspondent à une structure intermédiaire de marché, entre les deux cas polaires que sont le marché concurrentiel et le monopole. Ils correspondent à l'existence d'un petit nombre de vendeurs et cela implique une concurrence entre des firmes qui ont un pouvoir de marché. Dans un oligopole, chaque firme est capable d'identifier clairement ses concurrents et de tenir compte de leur comportement quand elle prend ses décisions de quantités ou de prix. Par conséquent, il existe une interdépendance entre les décisions des firmes. Cette interdépendance correspond à l'existence des **comportements stratégiques** qui tiennent compte des réactions des concurrents aux décisions de la firme.

Ces comportements peuvent conduire soit à des situations conflictuelles (**non-coopératives**, où chaque firme poursuit son propre objectif), soit à des situations de **coopération** (où les firmes poursuivent ensemble un objectif commun) entre les firmes.

Les causes de l'oligopole sont proches de celles du monopole. et les causes institutionnelles ou les causes indirectes sont parfaitement communes entre les deux situations. De manière générale, les situations d'oligopole sont soutenues par des **barrières à l'entrée** qui découragent l'entrée de nouveaux concurrents. L'analyse traditionnelle en Économie Industrielle (Bain (1968)) souligne les trois sources de barrières à l'entrée suivantes : les économies d'échelle ; les différences absolues de coûts et la différenciation du produit.

17.1.1 Économies d'échelle

Comme pour le monopole, la nécessité de produire un certain niveau minimal pour atteindre les coûts unitaires les plus faibles peut être une source de barrières à l'entrée (Figure 17.1).

Un concurrent potentiel qui ne peut produire que q_0 aurait des coûts unitaires plus forts et donc il se trouverait désavantagé sur le marché. Les firmes installées peuvent

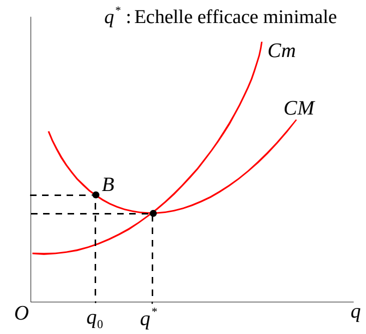


FIGURE 17.1 – Economies d'échelle et barrières à l'entrée

alors décourager ce concurrent en lui réservant une part de marché faible.

17.1.2 Différence absolue de coûts

Contrairement au cas précédent, l'entrant peut avoir des coûts unitaires plus élevés quelque soit son niveau de production. Ce type de désavantage s'explique par le fait que, étant déjà présent sur le marché, les firmes installées ont pu acquérir une meilleure connaissance de leur technologie (Figure 17.2).

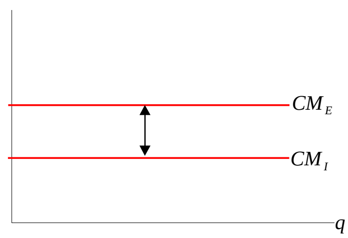


FIGURE 17.2 – Différence de coût et barrières à l'entrée

17.1.3 Différenciation de produit

La différenciation de produits peut apparaître quand les consommateurs font la différence entre les variétés du bien produites par les firmes. Par exemple, l'existence des firmes installées peut leur permettre de convaincre les consommateur que leurs produits sont de meilleure qualité que celui d'une nouvelle firme (l'effet de marque). Dans ce cas, l'entrant peut être amené à demander un prix plus faible ou à engager des frais de publicités pour pouvoir attirer des consommateur. La différenciation peut aussi rendre difficile l'entrée si chaque nouvelle firme doit produire une gamme relativement étendue de variétés pour atteindre l'échelle minimale efficace.

Ces phénomènes se traduisent donc par un désavantage pour l'entrant. Ces barrières à l'entrée peuvent donc limiter l'entrée concurrentielle de nouvelles firmes et conduire à une situation d'oligopole.

Les interactions entre les firmes installées peuvent se faire à travers les quantités (concurrence en quantités) ou les prix (concurrence en prix). Ces firmes peuvent aussi essayer de coopérer pour s'approcher d'une situation de monopole.

Nous allons maintenant analyser la concurrence en quantités. Cela sera suivi par la concurrence en prix et par la coopération entre les firmes. Ces analyses seront menés dans un cadre simple où il existe deux firmes sur le marché (un duopole).

17.2 Le duopole et la concurrence en quantité

Duopole : deux firmes sur le marché. Nous avons donc un marché où deux vendeurs produisent un bien homogène (sans différenciation de produit).

La demande est linéaire à nouveau

$$Q = A - p,$$

où Q représente la quantité totale produite sur le marché et p, le prix.

Nous allons supposer que les deux firmes ont des coûts unitaires constants c_1 et c_2 $(A > c_1$ et $A > c_2)$. La fonction de coût de la firme i s'écrit donc :

$$C_i(q_i) = c_i \cdot q_i, \quad i = 1, 2.$$

L'idée que chaque firme se fait de la manière dont son concurrent va réagir à ses décisions (*ses conjectures)* est fondamentale dans la détermination des comportements stratégiques. Les choix de la firme vont, en définitive, dépendre de ces conjectures. Nous allons considérer plusieurs cas quant à la nature de ces conjectures, ces cas correspondant à des relations de pouvoir différentes entre les firmes.

17.2.1 Duopole de Cournot (Antoine Augustin COURNOT — 1838)

Le duopole de Cournot correspond à une situation où chaque firme produit de manière isolée les quantités qu'elle apporte au marché. Ces quantités sont décidées en connaissant la structure de marché (nombre de concurrent $=$ 1) et la fonction de demande. Aucune firme n'a les moyens d'apprendre à l'avance la production de son concurrent.

Dans ce cas, la firme 1 doit calculer les quantités qui maximisent son profit pour chaque niveau de production possible de son concurrent (q_2), de manière à déterminer à l'avance la meilleure réponse qu'elle peut lui donner pour chacune de ses stratégies. Elle doit aussi négliger les répercussions de sa propre production sur ces quantités puisque ces quantités ne seront pas observées à l'avance par son concurrent.

Elle est alors obligé de raisonner avec *des conjectures de Cournot* :

$$\frac{dq_2}{dq_1} = 0. \tag{17.1}$$

Ce raisonnement est aussi valable pour la firme 2. Le problème des firmes est alors la maximisation de leur profit étant données les quantités de leur concurrent :

$$\max_{q_1} \Pi^1 (q_1, q_2) \quad , \quad \max_{q_2} \Pi^2 (q_1, q_2)$$

avec

$$\begin{aligned} \Pi^1 &= (A - (q_1 + q_2)) \cdot q_1 - c_1 \cdot q_1, \\ &= (A - (q_1 + q_2) - c_1) \cdot q_1, \\ \Pi^2 &= (A - (q_1 + q_2) - c_2) \cdot q_2. \end{aligned}$$

Pour la firme i, les conditions de premier et de second ordre de ce problème sont données par

$$\frac{\partial \Pi^i}{\partial q_i} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Pi^i}{\partial q_i^2} < 0.$$

Pour la firme 1 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^1}{\partial q_1} &= A - (q_1 + q_2) - q_1 - c_1 = 0, \frac{\partial^2 \Pi^1}{\partial q_1^2} = -2 < 0 \\ &\Rightarrow -2q_1 + A - q_2 - c_1 = 0 \\ &\Leftrightarrow q_1^* (q_2) = \frac{A - c_1}{2} - \frac{1}{2} q_2 \qquad (R_1) \end{aligned}$$

Pour la firme 2 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^2}{\partial q_2} &= A - (q_1 + q_2) - q_2 - c_2 = 0 \\ &\Leftrightarrow q_2^* (q_1) = \frac{A - c_2}{2} - \frac{1}{2} q_1 \qquad (R_2) \end{aligned}$$

R_1 (resp. R_2) nous donne les quantités que doit produire la firme 1 (resp. 2) pour chaque niveau de production concurrent, q_2 (resp. q_1) , de manière à maximiser son profit :

C'est la **fonction de réaction** de la firme 1 (resp. 2) .

Nous pouvons représenter graphiquement ces courbes de réaction (Figure 17.3).

Quel sera l'équilibre de ce marché ?

L'équilibre de marché doit être une situation telle qu'une fois atteinte, aucune firme ne doit avoir envie de s'éloigner de cet état ; *aucune firme ne doit pouvoir améliorer son profit en produisant une quantité autre que sa quantité d'équilibre.*

Soit $\left(q_1^C, q_2^C\right)$, un équilibre de marché.

Nous devons avoir dans ce cas :

(1) $\quad q_1^C = q_1^* \left(q_2^C\right)$: q_1^C maximise le profit de la firme 1, étant donnée la quantité d'équilibre de la firme 2;

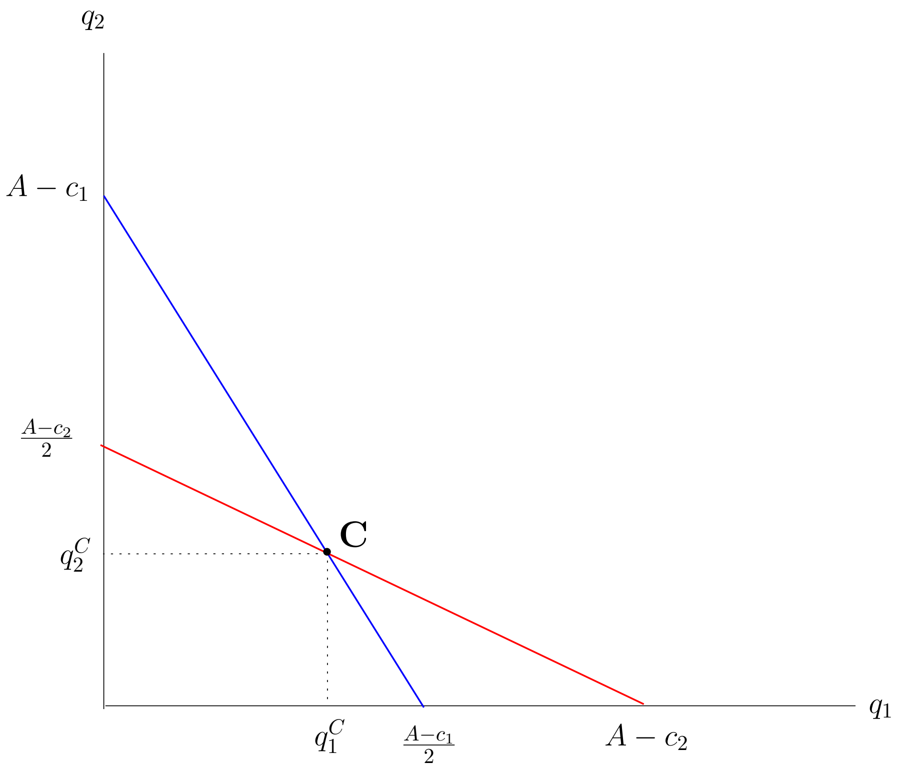


FIGURE 17.3 – Fonctions de réaction dans l'oligopole de Cournot

(2) $\quad q_2^C = q_2^*\left(q_1^C\right)$: q_2^C maximise le profit de la firme 2, étant donnée la production d'équilibre de la firme 1.

Cette situation $\left(q_1^C, q_2^C\right)$ est un **équilibre de Cournot :** La quantité d'équilibre de chaque firme est sa meilleure réaction à la quantité d'équilibre de son concurrent et la firme ne peut plus améliorer son profit en modifiant ses quantités.

Nous devons donc nous trouver à l'intersection des deux courbes de réaction (le point C).

Dans notre exemple :

$$q_1^C = \frac{A - c_1}{2} - \frac{1}{2} q_2^C \qquad (R1)$$
$$q_2^C = \frac{A - c_2}{2} - \frac{1}{2} q_1^C \qquad (R2)$$

Nous avons donc un système de deux équations linéaires à deux inconnues $\left(q_1^C, q_2^C\right)$ à résoudre.

En substituant (2) dans (1),

$$\begin{aligned} q_1^C &= \frac{A - c_1}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{A - c_2}{2} - \frac{1}{2} q_1^C\right) \\ &= \frac{A - c_1}{2} - \frac{A - c_2}{4} + \frac{1}{4} q_1^C \\ \Leftrightarrow q_1^C \left(1 - \frac{1}{4}\right) &= \frac{A - 2c_1 + c_2}{4} \\ \Leftrightarrow q_1^C &= \frac{A - 2c_1 + c_2}{3} \qquad (3) \end{aligned}$$

et en substituant (3) dans (2) :

$$q_2^C = \frac{A - 2c_2 + c_1}{3}$$

Dans cet exemple, nous observons que les quantités d'équilibre de chaque firme sont décroissantes avec ses coûts et croissantes avec les coûts de son concurrent.

Nous pouvons aussi calculer l'offre et le prix d'équilibre :

$$Q^C = q_1^C + q_2^C = \frac{2A - c_1 - c_2}{3},$$
$$p^C = A - Q^C = \frac{A + c_1 + c_2}{3}.$$

Les profits sont donnés par :

$$\Pi^{1^C} = p^C q_1^C - c_1 q_1^C = \left(\frac{A - 2c_1 + c_2}{3}\right)^2$$
$$\Pi^{2^C} = p^C q_2^C - c_2 q_2^C = \left(\frac{A - 2c_2 + c_1}{3}\right)^2.$$

Cet équilibre de marché apparaît donc dans une situation où les firmes prennent leur décision de production de manière isolée, sans communication entre elles.

17.2.2 Duopole de Stackelberg (von Stackelberg –1934)

Le duopole de Cournot correspond pour les firmes à une situation relativement égalitaire. Aucune des deux firmes n'a une position dominante. Or l'histoire des industries crée souvent des firmes dominantes, soit parce qu'elles ont un poids quantitatif important (part de marché élevée – Microsoft dans le secteur des systèmes d'exploitation pour les compatibles PC), soit elles ont un comportement agressif et innovateur – Dell contre IBM dans le secteur des ordinateurs compatibles PC.

von Stackelberg a imaginé une situation où une des deux firmes a une idée précise du comportement de son concurrent : elle connaît parfaitement sa fonction de réaction et elle l'intègre dans son processus de décision.

On appelle alors cette firme le *leader* ou le *meneur*. Suite à sa décision de production, son concurrent réagit en maximisant son profit et donc en suivant sa fonction de réaction ; elle se contente de "suivre" le comportement du leader et pour cette raison, on l'appelle le *suiveur* (*follower*).

Dans ce cas, le suiveur considère que ses décisions n'ont aucun impact sur le comportement du meneur. Il est donc le seul à avoir des conjectures de Cournot.

Le duopole de Cournot correspond donc à une situation où les deux firmes ont un comportement de suiveur.

Si la firme 1 est le meneur, son problème est le suivant :

$$\begin{aligned} &\max_{q_1} \Pi^1 (q_1, q_2) \\ S.à. \quad & q_2 = q_2^* (q_1) \qquad (R_2) \end{aligned}$$

Le meneur essaie donc d'atteindre le niveau le plus élevé de profit tout en respectant la fonction de réaction du suiveur.

En fait il tient compte du fait que le suiveur n'acceptera jamais de produire une quantité qui ne maximise pas son profit.

Le meneur (1) essaie donc de se placer sur sa courbe d'iso–profit correspondant au profit le plus élevé possible qui a au moins un point d'intersection avec la courbe de réaction du suiveur (2).

Les courbes d'iso–profit de la firme 1 sont données par :

$$\Pi^1 (q_1, q_2) = \Pi_0^1 \Leftrightarrow q_2 = \gamma \left(q_1 ; \Pi_0^1 \right).$$

Dans le cas de notre exemple avec demande et coût linéaires :

$$\begin{aligned} &(A - q_1 - q_2 - c_1) q_1 = \Pi_0^1 \\ &\Rightarrow q_2 \left(q_1 ; \Pi_0^1 \right) = \frac{(A - c_1) q_1 - q_1^2}{q_1} - \frac{\Pi_0^1}{q_1}, \\ &\frac{\partial q_2 \left(q_1 ; \Pi_0^1 \right)}{\partial \Pi_0^1} < 0. \end{aligned}$$

Pour un niveau de q_1, un Π^1 plus élevé correspond à une production plus faible pour le suiveur (q_2). De plus, ces courbes d'iso–profit correspondent à des paraboles.

La courbe de réaction de la firme 2 est donnée par :

$$q_2^*(q_1) = \frac{A - c_2}{2} - \frac{1}{2}q_1.$$

Étant donnée que le profit de la firme 1 augmente sur des courbes d'iso–profit se rapprochant de plus en plus de l'origine, cette firme va chercher un point de tangence entre une droite d'iso–profit et la courbe de réaction de son concurrent (Figure 17.4).

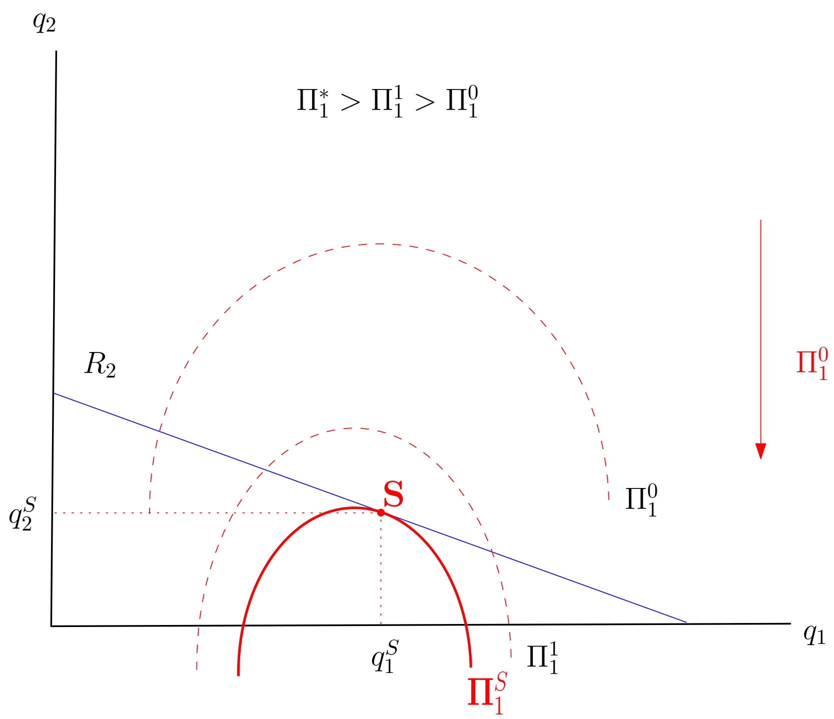


FIGURE 17.4 – Solution de Stackelberg quand la firme 1 est meneur

La courbe de réaction de la firme 2 est donnée par :

$$q_2^*(q_1) = \frac{A - c_2}{2} - \frac{1}{2}q_1.$$

Le programme du meneur est donc :

$$\begin{aligned} &\max_{q_1} \Pi^1(q_1, q_2) \\ &S.à. \quad q_2 = q_2^*(q_1) \qquad\qquad (R_2) \\ \Leftrightarrow &\max_{q_1} \Pi^1(q_1, q_2^*(q_1)) \end{aligned}$$

Condition de premier ordre :

$$\begin{aligned}\frac{d\Pi^1\left(q_1, q_2^*\left(q_1\right)\right)}{dq_1} &= \frac{\partial\Pi^1\left(q_1, q_2^*\left(q_1\right)\right)}{\partial q_1}\\ &+ \frac{\partial\Pi^1\left(q_1, q_2^*\left(q_1\right)\right)}{\partial q_2}\frac{dq_2^*}{dq_1}.\end{aligned}$$

Dans le cas de notre exemple linéaire :

$$\begin{aligned}\Pi^1\left(q_1, q_2^*\left(q_1\right)\right) &= \left(A - q_1 - \left(\frac{A-c_2}{2} - \frac{1}{2}q_1\right) - c_1\right) q_1\\ &= \frac{1}{2}\left(A - 2c_1 + c_2 - q_1\right) q_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\frac{d\Pi^1\left(q_1, q_2^*\left(q_1\right)\right)}{dq_1} = 0\\ &\Leftrightarrow q_1^S = \frac{A - 2c_1 + c_2}{2} > q_1^C = \frac{A - 2c_1 + c_2}{4}\\ &\Rightarrow q_2^S = q_2^*\left(q_1^S\right) = \frac{A - 3c_2 + 2c_1}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p^S &= \frac{A + 2c_1 + c_2}{4},\\ \Pi^{1^S} &= \frac{\left(A - 2c_1 + c_2\right)^2}{8} > \Pi^{1^C},\\ \Pi^{2^S} &= \left(\frac{A - 3c_2 + 2c_1}{4}\right)^2.\end{aligned}$$

Application numérique : $A = 100$, $c_1 = 5$, $c_2 = 10$

$$\begin{aligned}q_1^C &= 33.3 < q_1^S = 50,\\ q_2^C &= 28.3 > q_2^S = 20,\\ \Pi^{1^C} &= 1111 < \Pi^{1^S} = 1250,\\ \Pi^{2^C} &= 802.77 > \Pi^{2^S} = 400.\end{aligned}$$

La position de meneur améliore donc la situation de la firme 1 par rapport à l'équilibre de Cournot.

Nous avons étudié jusqu'à maintenant deux types de concurrence en quantités :

1) 1 suiveur – 2 suiveur : duopole de Cournot,

2) 1 meneur– 2 suiveur : duopole de Stackelberg.

Que peut-on dire de

3) 1 meneur– 2 meneur ?

C'est le duopole étudié par Bowley (1924). Dans ce cas les deux firmes essaient d'établir un point d'intersection entre leur courbes d'iso–profit et la courbe de réaction de leur concurrent. Comme le montre Figure 17.5, ces comportements sont incompatibles et donc il n'existe pas d'équilibre dans ce cas.

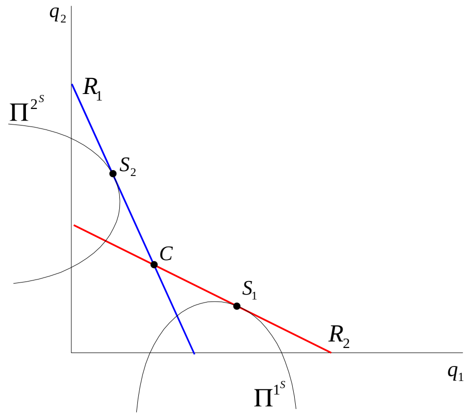


FIGURE 17.5 – Oligopole de Bowley

Les deux firmes se feront la "guerre" jusqu'à ce que l'une d'entre elles acceptent de suivre l'autre. Donc c'est une situation instable qui conduit à un duopole de Stackelberg. Si aucune firme n'arrive à dominer l'autre, la situation peut aussi déboucher sur un oligopole de Cournot.

17.3 Concurrence en prix : Duopole de Bertrand

Le duopole de Bertrand correspond à une situation où les firmes se font concurrence par les prix. Chaque firme cherche à maximiser son profit par le biais de son prix. Si les deux firmes appliquent les prix p_1 et p_2, la demande qui s'adresse à chaque firme est donnée par :

$$D_1(p_1, p_2) \quad et \quad D_2(p_1, p_2).$$

Les coûts unitaires sont constants : c_1 et c_2. Le problème de chaque firme est alors donné par :

$$\max_{p_1} (p_1 - c_1) D_1(p_1, p_2) \quad et$$
$$\max_{p_2} (p_2 - c_2) D_2(p_1, p_2).$$

Nous avons un bien homogène (les consommateurs ne font pas de différence entre les produits des deux firmes) et chaque firme sert toute la demande qui s'adresse à elle.

Si une firme propose un prix plus faible que son concurrent, elle attire toute la demande de marché $(D(p))$. Si les deux firmes appliquent le même prix alors elles partagent la demande de manière à satisfaire la demande totale (équilibre de marché). On peut par exemple considérer que les deux firmes partagent également la demande dans ce cas. Les demandes individuelles sont alors données par :

$$\text{Si} \quad p_1 < p_2, \quad D_1(p_1, p_2) = D(p_1), \; D_2(p_1, p_2) = 0,$$

$$\text{Si} \quad p_1 > p_2, \quad D_1(p_1, p_2) = 0, \; D_2(p_1, p_2) = D(p_2),$$

$$\text{Si} \quad p_1 = p_2 = p, \quad D_1(p, p) + D_2(p, p) = D(p).$$
$$Exemple \quad : \quad D_1(p, p) = D_2(p, p) = \frac{1}{2}D(p).$$

Par conséquent, tant que son prix reste supérieur à son coût unitaire c_i, la firme i a intérêt à *casser* les prix pour récupérer la totalité de la demande. Mais cela est aussi vrai pour son concurrent (j).

Si l'on part d'une situation d'égalité des prix

$$p_1 = p_2 = p, \quad D_1(p, p) = D_2(p, p) = \frac{1}{2}D(p),$$

la firme 1 a intérêt à baisser son prix à $p - \varepsilon$ si

$$\underbrace{(p - \varepsilon - c_1) \cdot D(p - \varepsilon)}_{\text{Profit de monopole avec } p-\varepsilon} > \underbrace{(p - c_1) \cdot \frac{1}{2}D(p)}_{\text{Profit de duopole avec } p}.$$

Ce raisonnement n'est valable que si la firme 1 considère que son concurrent ne va pas changer son prix (**conjectures de Bertrand**). Avec ces conjectures (équivalentes de celles de Cournot mais pour des prix), chaque firme a intérêt à baisser son prix pour obtenir une position de monopole.

Quel sera l'équilibre (p_1^*, p_2^*) de ce marché ?

(a) Prenons $c_1 = c_2 = c$ (coûts symétriques)

∘ Peut on avoir un équilibre de type $p_1^* > p_2^*$?

Dans ce cas nous aurions

$$\Pi_1 = (p_1^* - c) \cdot 0 = 0 \quad et$$
$$\Pi_2 = (p_2^* - c) D(p_2^*) > 0 \quad si \quad p_2^* > c.$$

On observe alors que la firme 1 a intérêt à baisser son prix jusqu'à $p_2^* - \varepsilon$ pour obtenir le monopole et donc des profits positifs. Donc cela ne peut être un équilibre.

A l'équilibre nous devons avoir $p_1^* = p_2^*$.

∘ Peut-on avoir $p_1^* = p_2^* = p^* > c$ à l'équilibre ?

Dans ce cas, la firme 1 obtiendrait

$$\Pi_1 = (p^* - c) \frac{1}{2}D(p^*) > 0.$$

Mais en baissant légèrement son prix, elle peut obtenir

$$\Pi_1 = (p^* - \varepsilon - c) D(p^* - \varepsilon) > (p^* - c) \frac{1}{2}D(p^*).$$

Donc à l'équilibre, on ne peut avoir $p_1^* = p_2^* = p^* > c$.

∘ Peut-on avoir $p_1^* = p_2^* = p^* < c$?

Non car dans ce cas les firmes font des profits négatifs et elles doivent quitter le marché.

Donc, l'équilibre du duopole de Bertrand symétrique est :

$$p_1^* = p_2^* = p^* = c,$$
$$\Pi_i^* = (p^* - c) \frac{1}{2} D(p^*) = 0.$$

A partir de cette configuration, aucune firme n'a intérêt à modifier son prix.

Nous obtenons alors une configuration intéressante.

Le Paradoxe de Bertrand : Nous avons un duopole (avec un certain pouvoir de marché) qui, à l'équilibre, possède les mêmes propriétés que la concurrence parfaite : prix=coût marginal et profits nuls.

(b) Aura-t-on toujours le même équilibre si $c_1 \neq c_2$?

Par exemple si $c_1 < c_2$? Dans ce cas, la firme 1 peut appliquer un prix suffisamment faible pour obtenir le monopole de marché :

$$p_1^* = c_2 - \varepsilon \Rightarrow \Pi_1^* = (c_2 - \varepsilon - c_1) \cdot D(c_2 - \varepsilon) > 0,$$
$$\Pi_2^* = 0,$$

car la firme 2 doit quitter le marché.

Si l'écart de coût est suffisamment important, la firme 1 peut même obtenir sa position de monopole libre en appliquant son prix de monopole p_1^m tel que :

$$\max_{p_1} (p_1 - c_1) D(p_1) = \Pi_1 (p_1^m) = \Pi_1^m$$

si $p_1^m < c_2$ car dans ce cas ce prix n'implique pas l'entrée du concurrent.

Donc le paradoxe de Bertrand n'apparaît plus si le duopole n'est pas symétrique.

17.3.1 Contraintes de capacité (Edgeworth)

Plaçons nous d'emblée dans le cas où $c_1 = c_2 = c$. La guerre de prix s'engage car chaque firme a intérêt à suivre la baisse de prix de son concurrent, sinon elle perd toute la demande.

Mais si le concurrent ne peut satisfaire toute la demande qui s'adresse à elle, la firme qui propose le prix le plus élevé peut conserver une demande. Elle aura alors moins d'incitation pour suivre la baisse de prix de son concurrent. Ce type de situations peut notamment résulter d'une capacité de production limitée des firmes (*le duopole d'Edgeworth*). Même si la demande qui s'adresse à la firme peut doubler quand elle baisse son prix, elle n'aura pas nécessairement la capacité de double sa production dans le court terme. Elle ne pourra alors servir qu'une fraction des consommateurs qui sont prêts à acheter le bien à ce prix. Le reste de la demande se trouve alors obligé de se retourner vers l'autre firme.

Considérons ce cas en supposant que les capacités de production des deux firmes sont données et elles sont respectivement représentées par K_1 et K_2. Les contraintes de capacité sont

$$q_1 \leq K_1 \quad \text{et} \quad q_2 \leq K_2.$$

Partons d'une situation initiale : $p_1 < p_2$. Dans ce cas, toute la demande s'adresse à la firme 1

$$D_1(p_1, p_2) = D(p_1)$$

Tous les consommateurs qui ont un prix de réserve supérieur à p_1 désirent donc acheter le bien chez la firme 1. Deux type de situations peuvent alors apparaître :

$K_1 \geq D(p_1)$ La firme 1 a la capacité de satisfaire cette demande et la demande qui s'adresse à la firme devient nulle. La firme 2 sera donc fortement incitée à baisser son prix et la guerre de prix va s'engager. Si $K_i \geq D(c)$, nous aboutirons à l'équilibre de Bertrand.

$K_1 < D(p_1)$ La firme 1 ne peut satisfaire cette demande et une partie de ces consommateurs sera rationnée. La firme 2 aura alors le monopole sur cette demande résiduelle. Elle ne sera pas nécessairement incitée à baisser son prix.

Quelle est la composition de cette demande résiduelle ?

Cela dépendra de la manière dont les consommateurs sont rationnés. En effet, parmi les consommateurs qui ont un prix de réserve supérieur à p_1, seulement une fraction K_1 pourra obtenir ce bien. Mais nous n'avons a priori aucun mécanisme qui détermine ce sous-ensemble de consommateurs. Cela dépendra du mécanisme de rationnement qui est en vigueur dans cette industrie. Il peut y avoir un ensemble de clients *favorisés* de la firme qui seront servis les premiers ou les premiers arrivés seront servis les premiers. Dans ce dernier cas, ceux qui désirent le plus le bien (ceux qui ont les prix de réserve les plus élevés) peuvent se présenter avant les autres (*rationnement efficace*)ou l'arrivé peut se faire de manière tout-à-fait aléatoire (*rationnement proportionnel*). La demande qui restera à la firme 2 dépendra fondamentalement du mécanisme de rationnement en vigueur.

Rationnement efficace

La règle de rationnement efficace suppose que la demande résiduelle de la firme 2 soit donnée par :

$$D_2(p_2) = \begin{cases} D(p_2) - K_1 & si \quad D(p_2) > K_1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Les consommateurs achètent d'abord chez 1 et ceux qui ne peuvent être servis se retournent vers 2 : la firme 2 a une demande résiduelle qui est la translation de la demande totale par K_1.

On parle de rationnement efficace car ce mécanisme maximise le surplus des consommateurs : Si $K_1 < D(p_1)$, le dernier consommateur qui achète le bien a un prix de réservation de p_2 et il l'achète au prix p_2 chez la firme 2.

Si les consommateurs pourrait échanger sans coût le bien entre eux, on arriverait exactement à la même situation.

Rationnement proportionnel

Selon cette règle, chaque consommateur a la même probabilité d'être rationné. La probabilité de ne pas pouvoir acheter chez la firme 1 est donnée par :

$$\frac{D(p_1) - K_1}{D(p_1)}$$

On appelle aussi cela le rationnement aléatoire.

La demande résiduelle qui s'adresse à la firme 2 est alors donnée par :

$$D_2(p_2) = D(p_2) \cdot \frac{D(p_1) - K_1}{D(p_1)}$$

le second terme donnant donc la proportion des consommateurs qui n'ont pu être servis par la firme 1 (Figure 17.6).

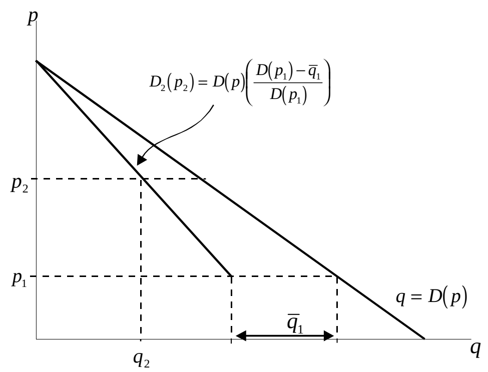


FIGURE 17.6 – Rationnement proportionnel et demande résiduelle

Cette règle n'est pas efficace car il peut exister des consommateurs qui ont un prix de réservation inférieure à p_2 (et donc qui n'auraient pas acheté le bien) obtiennent le bien parce qu'il est vendu au prix de *rabais* p_1. La firme 2 préfère néanmoins cette règle car sa demande résiduelle est plus élevée que dans le cas précédent pour chaque niveau du prix.

Et le paradoxe de Bertrand ?

Supposons pour la suite que la capacité est acquise à un coût unitaire constant b et qu'aucune firme n'a une capacité *trop* élevée

$$K_i < D(c) \quad i = 1, 2$$

Le profit des firmes deviennent alors

$$\Pi_i = (p_i - c) q_i - bK_i \quad i = 1, 2.$$

Si $p_1 = p_2 = c$, le firmes ont les profits $\Pi_i = -bK_i < 0$, $i = 1, 2$. Si l'entreprise 2 augmente légèrement son prix, la demande va prioritairement s'adresser à la firme 1 mais celle-ci ne pourra la satisfaire totalement $(K_1 < D(c))$. La demande résiduelle va s'adresser à la firme 2 et, bien que son prix soit plus élevé, celle-ci pourra faire des profits supérieurs à $-bK_i$. La firme 2 a donc intérêt à augmenter son prix et par conséquent $p_1 = p_2 = c$ ne peut être un équilibre. L'existence de capacités limitées élimine donc l'équilibre de Bertrand et le paradoxe qui en résulte.

17.4 Coopération et formation des cartels

Les modèles que nous avons étudiés jusqu'à maintenant considèrent que les firmes prennent leurs décisions de manière non-coordonnée : elles ne coopèrent pas.

Et si elle formaient un cartel pour fixer ensemble leurs quantités ? Si la collusion est possible, l'objectif du cartel devient alors la maximisation du profit total du secteur. Elles partageront ainsi ce profit maximal.

Leur problème devient alors

$$\max_{q_1, q_2} \Pi_1 + \Pi_2.$$

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi_1 + \Pi_2 \\ &= p(q_1, q_2) \cdot (q_1 + q_2) - c_1(q_1) - c_2(q_2) \\ &= p(q_1 + q_2)(q_1 + q_2) - c_1(q_1) - c_2(q_2) \end{aligned}$$

Les conditions d'optimalité deviennent alors

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} &= 0 \Leftrightarrow p(q_1 + q_2) + (q_1 + q_2)\frac{\partial p}{\partial q_1} = Cm_1(q_1) \\ \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} &= 0 \Leftrightarrow p(q_1 + q_2) + (q_1 + q_2)\frac{\partial p}{\partial q_2} = Cm_2(q_2) \end{aligned}$$

Quand l'entreprise évalue l'impact d'une augmentation de sa quantité, elle tient maintenant aussi compte de l'impact sur le profit de son partenaire de la baisse de prix. Ces conditions impliquent que les coûts marginaux des deux firmes sont égalisés à l'optimum si les quantités interviennent de manière similaire dans la demande inverse. Ce qui est le cas si le bien est homogène.

Si nous reprenons notre cas linéaire, ces égalisation des coûts marginaux n'est pas possible par l'ajustement des quantités (puisque les coûts marginaux sont constants). Nous devons alors poser $c_1 = c_2 = c$ si nous voulons continuer notre exemple.

Le problème devient alors

$$\Pi = (A - q_1 - q_2)(q_1 + q_2) - c(q_1 + q_2)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow (A - q_1 - q_2) - (q_1 + q_2) = c \tag{17.2}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = 0 \Leftrightarrow (A - q_1 - q_2) - (q_1 + q_2) = c \tag{17.3}$$

Suggestion : Etudiez le cas $c_i(q_i) = cq_i^2$.

Posons $Q = q_1 + q_2$. Dans ce cas, ces conditions d'optimalité qui sont redondantes donnent quand même une condition d'optimalité pour l'output total

$$A - 2Q^* = c$$

Ce qui nous donne

$$Q^* = \frac{A-c}{2} = Q^m,$$
$$p^* = \frac{A+c}{2} = p^m,$$
$$\Pi^* = \left(\frac{A-c}{2}\right)^2 = \pi^m$$

Ce qui correspond à la solution du monopole. Donc, en s'associant, le deux firmes sont capables d'atteindre ensemble le profit du monopole.

Mais il reste un problème : quelle doit être la part de chaque firme ? Cela dépend du pouvoir de négociation de chaque firme. Dans un cas avec des coûts asymétriques, nous pouvons calculer les quantités et le profits individuels et ils peuvent constituer un point de repère pour la négociation. Mais ces profits ne seront pas nécessairement ceux que les firmes auront en définitive. S'il y a des possibilités de transfert de revenus entre les firmes, le pouvoir de négociation de chaque firme va encore jouer dans la détermination des profits individuels.

Remarque 3 *La cartellisation est en général interdite par la réglementation de la concurrence. C'est le cas en Europe et aux États-Unis.*

17.4.1 Stabilité du cartel

Les cartels sont intéressants pour les firmes mais ils ont un problème : la stabilité.

Nous pouvons voir cela en reprenant les conditions d'optimalité $(17.2 - 17.3)$ et en imaginant que la firme 1 envisage d'augmenter sa quantité à partir de la solution de cartel. Aurait-elle intérêt à le faire ?

Dans ce cas, la condition d'optimalité du cartel implique

$$p\left(q_1+q_2^*\right)+\left(q_1+q_2^*\right)\frac{\partial p}{\partial q_1}-Cm_1\left(q_1\right)=0$$
$$p\left(q_1+q_2^*\right)+\frac{\partial p}{\partial q_1}q_1-Cm_1\left(q_1\right)+\frac{\partial p}{\partial q_1}q_2^*=0$$

ou

$$p\left(q_1+q_2^*\right)+q_1\frac{\partial p}{\partial q_1}-Cm_1\left(q_1\right)=-\frac{\partial p}{\partial q_1}q_2^*>0.$$

Le membre de gauche de cette condition est le profit marginal de la firme et ce profit marginal est donc positif à l'optimum du cartel. Ce qui veut dire que la firme sera incitée à augmenter sa production si elle pense que son partenaire ne va pas modifier la sienne. Par conséquent, si les firmes ne peuvent pas observer les quantités individuelles, cela va déboucher dans un duopole de Cournot où chaque firme va obtenir, en fin de compte, des profits plus faibles que dans le cartel.

17.5 Quel modèle pour l'oligopole ?

Cela dépend en fin de compte des connaissances empiriques que nous possédons sur l'industrie que nous étudions. Comme c'est souvent le cas en économie industrielle, on ne peut faire l'économie d'une connaissance approfondie de chaque industrie particulière.

- Pour certaines industries où la coordination des activités des firmes sont interdites ou difficile à réaliser, les modèles non-coopératifs seront adaptés.
  - Si la position des firmes est fortement asymétriques une concurrence de type Stackelberg est fort possible (ex. Compaq entrant face à IBM au début de l'industrie des PCs).
  - Si les firmes sont plutôt similaires en taille et en position de marché, c'est du coté de Cournot ou de Bertrand qu'il faudrait chercher : si la concurrence est *rude* entre les firmes, nous aurons une situation plutôt proche de Bertrand (biens de consommation de base).
- Si la coordination est possible alors la collusion est à surveiller de près (OPEP), avec tous les problèmes qu'il pose.

Les modèles sont utiles pour organiser et tester nos intuitions mais sans une connaissance des industries, nous n'aurons pas d'intuition. La diversité des modèles et des résultats renforce encore cette propriété : il n'existe pas de solution universelle applicable dans toute industrie.

Chapitre 18

Interactions stratégiques et équilibre

L'oligopole n'est qu'un des contextes économiques où les interactions des agents revêtent un caractère stratégique. L'articulation des politiques de relance de deux pays interdépendants, la politique de prix d'un monopole qui fait face à une menace d'entrée, la proposition de prix pour un marché public sont tout aussi des situations d'interaction stratégique où les choix des autres agents influencent explicitement les gains de chaque agent. Ces situations sont relativement complexes à analyser et seul le développement de la Théorie de Jeux nous a permis de comprendre leur fonctionnement. Ce chapitre constitue une petite introduction aux concepts développés par ce champs de l'analyse économique.

18.1 Stratégies, gains et jeux

Dans un contexte d'interaction, les différents choix des agents (*les joueurs*) constituent leur *stratégies*. Le gain de chaque joueur dépend des stratégies choisies par chacun des joueurs. Par conséquent, les agents, leurs stratégies possibles et la connexion entre ces stratégies et les gains des joueurs définissent ensemble un *jeu*.

Nous allons nous limiter ici au cas le plus simple de deux joueurs. On peut alors présenter le jeu sous la forme d'une matrice dont les lignes et les colonnes sont déterminées par les stratégies des deux joueurs. Étudions ces concepts à l'aide d'un exemple bien connu.

Exemple : Le dilemme du prisonnier

Deux individus (Bonnie et Clyde) sont arrêtés par la police pour la complicité dans un vol à main armée et ils sont enfermés dans deux cellules séparées *sans possibilité de communication*. Chaque individu est interrogé séparément et il a le choix entre nier d'avoir commis le vol ou avouer l'avoir commis avec son complice.

Nous avons donc *un jeu non–coopératif* avec $N = 2$ joueurs, $I = \{1, 2\} = \{Bonnie, Clyde\}$.

L'*ensemble de stratégies* de chaque joueur est $A^1 = A^2 = \{nier, avouer\}$.

Il y a donc 4 *résultats possibles* du jeu

$$A = \left\{ \begin{array}{c} \left(a^1 = nier, a^2 = nier\right), \left(nier, avouer\right), \\ \left(avouer, avouer\right), \left(avouer, nier\right) \end{array} \right\}.$$

Les gains des individus représentent leur situation qui résulte des années de prisons auxquelles ils sont condamnés en fonction de leurs aveux et il sont négativement liés avec ces années.

– Si Bonnie et Clyde avouent tous les deux leur crime ils sont condamnés à 8 ans de prison.
– S'ils le nient tous les deux, ils auront 1 année de prison du fait d'absence de preuves accablantes.
– Si l'un seul avoue, il est relâché en récompense de sa coopération et l'autre est condamné à 10 ans de prison.

Nous avons donc les gains (symétriques) suivants :

– $u_1(nier, nier) = u_2(nier, nier) = -1$,
– $u_1(nier, avouer) = u_2(avouer, nier) = -10$,
– $u_1(avouer, nier) = u_2(nier, avouer) = 0$,
– $u_1(avouer, avouer) = u_2(avouer, avouer) = -8$.

Nous pouvons alors représenter ce jeu en forme normale, sous la forme d'un tableau (Tableau 18.1).

		Clyde	
		nier	*avouer*
Bonnie	*nier*	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
	avouer	$(0, -10)$	$(-8, -8)$

TABLE 18.1 – Dilemme du prisonnier

Les stratégies de Bonnie sont représentées en lignes et celles de Clyde en colonnes. Les gains donnent d'abord celui du joueur qui est en ligne (Bonnie) et ensuite, celui du joueur en colonne (Clyde) en fonction des choix possibles de chaque joueur.

A quel type de solution ce type de situation peut-il déboucher ? La situation que nous pouvons prédire doit être une situation à partir de la quelle aucun des joueurs n'a intérêt à dévier. Cela traduit bien une idée d'équilibre.

Mais on peut parfois prévoir le résultat d'un jeu sans se préoccuper directement de l'équilibre. C'est aussi le cas de ce jeu. Pour observer cela, regardons les choix possibles de Bonnie en fonction des stratégies de Clyde :

– Si Clyde choisit de nier, Bonnie obtient -1 en niant et 0 en avouant ;
– Si Clyde choisit d'avouer, Bonnie obtient -10 en niant et -8 en avouant.

Donc quelque soit le choix de Clyde, Bonnie a intérêt à avouer. Ce type de stratégie optimale indépendamment des choix de l'autre joueur s'appelle une *stratégie dominante*. Donc, Bonnie a une stratégie dominante qui est *avouer*. On peut donc imaginer qu'elle va la choisir et dénoncer son complice par la même occasion. Si l'on raison de la même manière pour Clyde, on observe aussi que *avouer* est une stratégie dominante pour lui. Donc on peut raisonnablement prévoir qu'il va avouer aussi.

Le résultat de ce jeu sera donc $(avouer, avouer)$ qui conduit en fin de compte à la situation la pire pour les deux joueurs. Nous reviendrons sur ce point un peu plus tard.

L'existence des stratégies dominantes nous simplifie beaucoup l'analyse des interactions. Mais peu de situations correspondent à ce type de stratégies fortes. Pour ces cas plus généraux, nous devons utiliser un concept d'équilibre plus riche.

18.2 Équilibre de Nash

Nash (1951) a étendu le concept d'équilibre de Cournot à des situations stratégiques plus générales. La solution en stratégies dominantes cherche des stratégies des joueurs qui sont optimales *quelque soient les choix de leur adversaire*. C'est une exigence forte et il y a peu de jeu qui contiennent ce type de stratégies.

Au lieu de cela, on peut demander aux joueurs de choisir leur stratégies optimale face aux stratégies optimales de leur joueur (au lieu de n'importe quelle stratégie). C'est l'idée de base de l'équilibre de Nash (EN). Quand Bonnie fait son *choix*, elle considère que Clyde est aussi intelligent qu'elle et il choisira aussi sa stratégie optimale. Prenons un exemple qui ne contient pas de stratégies dominantes.

Exemple : La bataille des sexes.

Paul et Jacqueline doivent décider comment organiser leur soirée. Ils ont le choix entre aller à un match de football (F) ou à l'opéra (O). Pour les deux, ce qui compte avant tout, c'est d'être ensemble. Néanmoins, Jacqueline a une préférence pour le football et Paul pour l'opéra. Le tableau 18.2 représente ce jeu. Les gains correspondent à des utilités.

		Jacqueline	
		O	F
Paul	O	$(2,1)$	$(0,0)$
	F	$(0,0)$	$(1,2)$

TABLE 18.2 – La Bataille des Sexes

On appelle aussi ce type de jeu, un **jeu de coordination**.

Par exemple le choix de standards de télévision ou de lecteur de disquette des Macs et des PCs correspondent à ce type de jeux. Chaque constructeur voudrait imposer son propre standard mais en cas de désaccord, les consommateurs pourraient refuser d'acheter le produit.

Ce jeu ne comporte pas de stratégies dominantes. Que peut-on alors dire de son équilibre ?

Si l'on est à un équilibre de Nash, aucun des joueurs ne doit avoir envie de changer de stratégie face à la stratégie d'équilibre de son concurrent. Donc aucun des joueurs ne doit pouvoir obtenir plus en choisissant une autre stratégie que sa stratégie d'équilibre si les autres joueurs continuent à choisir leur stratégie d'équilibre (pas de déviations unilatérales intéressantes). Cela est typiquement le cas dans l'équilibre de Cournot : au point C, chaque firme est sur sa courbe de réaction et donc aucun ne peut obtenir un profit plus élevé en choisissant une autre quantité que q_i^C si le concurrent continue à produire q_j^C.

Par conséquent, aucun des résultats de la matrice du jeu ne peut être un équilibre si l'un des joueurs peut obtenir plus en changeant de stratégie. On considère donc chacun des résultats possibles et on élimine ceux qui ne respectent pas cette condition.

- (O, O) un équilibre ?
  - Étant donné le choix de Jacqueline d'aller à l'opéra, Paul obtient 2 en choisissant cette stratégie et 0 en choisissant d'aller seul à un match de football. Donc il n'a pas intérêt à changer de stratégie ;
  - Étant donné le choix de Paul d'aller à l'opéra, Jacqueline obtient 1 en choisissant cette stratégie et 0 en choisissant d'aller seule à un match de football. Donc elle n'a pas intérêt à changer de stratégie.
  - (O, O) est donc un E.N.
- (O, F) un EN ? Le raisonnement précédent montre que face au choix de Paul d'aller à l'opéra, Jacqueline préfère l'accompagner. Donc ce résultat ne peut être un équilibre.
- (F, O) un EN ? C'est le cas symétrique : cette fois-ci Paul préférera d'accompagner Jacqueline à l'opéra.
- (F, F) un EN ? Un raisonnement similaire au premier résultat montrent que ce résultat aussi est une EN.

18.2.1 Les limites de l'équilibre de Nash

Ce dernier résultat nous permet de souligner une des limites du concept d'EN : il n'est pas nécessairement unique. Alors la prédiction du résultat du jeu devient à nouveau difficile : dans ce cas, nous ne sommes pas capables, sans aucune information supplémentaire, de prédire quelle sera exactement la solution du jeu. Les deux résultats sont également vraisemblables.

Il n'existe pas nécessairement un équilibre de Nash pour les jeux où les stratégies sont des actions directes des joueurs.

Si l'on reprend la bataille des sexes mais après 30 ans de mariage :

		Jacqueline	
		O	F
Paul	O	$(2, 0)$	$(0, 2)$
	F	$(0, 1)$	$(1, 0)$

TABLE 18.3 – Après trente ans de mariage

Dans ce cas, le désir de Jacqueline de passer ses soirées avec Paul a disparu avec le temps, tandis que Paul a gardé son amour romantique et il préfère toujours être avec Jacqueline à être seul.

Dans ce jeu il n'existe pas d'EN.

Vérifiez que $(avouer, avouer)$ est l'équilibre de Nash du jeu 18.1. En fait, s'il existe, tout équilibre en stratégies dominantes est aussi un E.N. L'inverse n'est pas vrai. Une autre propriété de l'EN apparaît dans cet exemple. En effet, le résultat $(avouer, avouer)$ est le pire qui puisse arriver à nos deux prisonniers. En effet, ils se retrouvent avec la peine totale maximale. Le résultat $(nier, nier)$ améliorerait la situation des deux joueurs à la fois. Cela n'est pas un équilibre car face au choix de *nier* du complice, chacun a intérêt à *avouer*. Il n'est en plus pas possible pour les prisonniers de communiquer de manière à s'assurer l'engagement du complice sur le choix *nier*. Par conséquent, l'EN ne conduit pas nécessairement à un optimum de Pareto.

Ces limites du concept d'équilibre de Nash est la cause du développement des concepts d'équilibre plus fins mais aussi plus complexes (voir Yildizoglu (2003)).

Bibliographie

Bain, J. (1968), *Industrial Organization*, John Wiley and Sons, New York.

Kreps, D. (1998), *Lécons de théorie microéconomique*, Presses Universitaires de France, Paris.

Mas-Colell, A., Whinston, M. & Green, J. (1995), *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, Oxford.

Picard, P. (1992), *Eléments de microéconomie*, 3ème édition edn, Montchrestien, Paris.

Tirole, J. (1988), *The Theory of Industrial Organization*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Varian, H. (1991), *Microeconomic Analysis*, third edition edn, W. W. Norton.

Varian, H. (1994), *Introduction à la microéconomie*, seconde édition edn, De Boeck Université, Bruxelles.

Yildizoglu, M. (2003), *Introduction à la théorie des jeux*, Dunod, Paris.